

Halmazalgebrai alapok

3.- 4. hét: gyakorlati anyag

1. Állapítsa meg, hogy az alábbi halmazok közül melyek egyenlőek.

- a) $A = \{x \mid 1 < x < 2, x \in \mathbb{R}\}$
- b) $B = \{x \mid x^2 + 1 < 3x^2, x \in \mathbb{Z}\}$
- c) $C = \{n \mid n \text{ páros prímszám}\}$
- d) $D = \{x \mid x = 1 \text{ vagy } x = 2\}$
- e) $E = \{x \mid x^3 < 8, x \in \mathbb{R}\} \cap \{x \mid x^5 > 1, x \in \mathbb{R}\}$
- f) $F = \left(\{a \mid a = 3k + 1, k \in \mathbb{N}\} \cup \{b \mid b = 4l + 2, l \in \mathbb{N}\} \right) \cap \{c \mid 1 \leq c^2 < 16, c \in \mathbb{N}\}$

2. a) Legyen $A = \{1, 2, 3\}$. Határozza meg hatványhalmazát.

b) Hány eleme van $\mathcal{P}(A)$ -nak, ha A elemszáma n ?

3. a) Határozza meg a $H = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ két-elemű partícióit!

b) Hány két-elemű partíciója van egy n -elemű halmaznak?

4. Sorolja fel az alábbi halmazok elemeit:

- (a) $(\{1, 3, 7\} \setminus \{2, 3, 5\}) \cap \{0, 1\}$
- (b) $\{1, 3, 7\} \setminus (\{2, 3, 5\} \cap \{0, 1\})$
- (c) $\mathcal{P}(\{1, 2, 3\}) \setminus \mathcal{P}(\{1, 2\})$, ahol $\mathcal{P}(X)$ az X hatványhalmaza.

5. Sorolja fel az $A, B, A \cap B, A \cap \bar{B}$ és $A \Delta B$ halmazok elemeit, ha $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ az alaphalmaz, $A = \{x \mid 2 < x \leq 5, x \in E\}$ és $B = \{y \mid y < 4, x \in E\}$.

6. Ábrázolja a következő halmazokat Descartes-féle koordinátarendszerben!

- (a) $\{1, 2\} \times \{2, 3, 4, 5\}$
- (b) $\{-1, 1, 5\} \times \{0, 4, 5, 6\}$
- (c) $[2, 5] \times]-3, 1]$
- (d) $\mathbb{R} \times]-4, 2[$
- (e) $]-3, +\infty[\times]-\infty, 6[$
- (f) $[1, +\infty[\times \{1, 3, 4\}$

7. Ábrázolja a következő két halmaz unióját, metszetét, differenciáit és szimmetrikus differenciáját az xy koordinátasíkon:

$$A = \{(x, y) \mid 0 < x \leq 6, -3 \leq y < 3\}$$

$$B = \{(x, y) \mid -2 < x \leq 4, -1 < y < 3\}$$

8. Igazak-e az alábbi egyenlőségek tetszőleges A, B és C halmazokra?

- (a) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$
- (b) $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus B$
- (c) $A \Delta A = A$
- (d) $A \Delta (A \Delta A) = A$
- (e) $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$
- (f) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B)$

9. Ábrázolja a következő halmazokat a Gauss-féle számsíkon:

$$A = \{z \mid z \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(z) \leq 2\}$$

$$B = \{z \mid z \in \mathbb{C}, \operatorname{Im}(z) \leq 1\}$$

$$C = \{z \mid z \in \mathbb{C}, |z - 1| \leq 1\}$$

$$D = \{z \mid z \in \mathbb{C}, z^2 - (-3 - j)z + 4 + 3j = 0, \operatorname{Im}(z) < 0\}$$

Igazak-e az alábbi állítások?

- a) Ha $z \in A \cap B$, akkor $|z| \leq \sqrt{5}$
- b) $(-1 + 2j) \in A \Delta B$
- c) $C \subseteq B$
- d) $A \Delta D = A \cup D$