

# 2.előadás

Források:

-Molnár Ágnes: Formális módszerek az informatikában (1) , NetAkadémia Tudástár

-dr. Pataricza András, dr. Bartha Tamás: Petri hálók:  
alapfogalmak, formális definíció

# Validáció és verifikáció

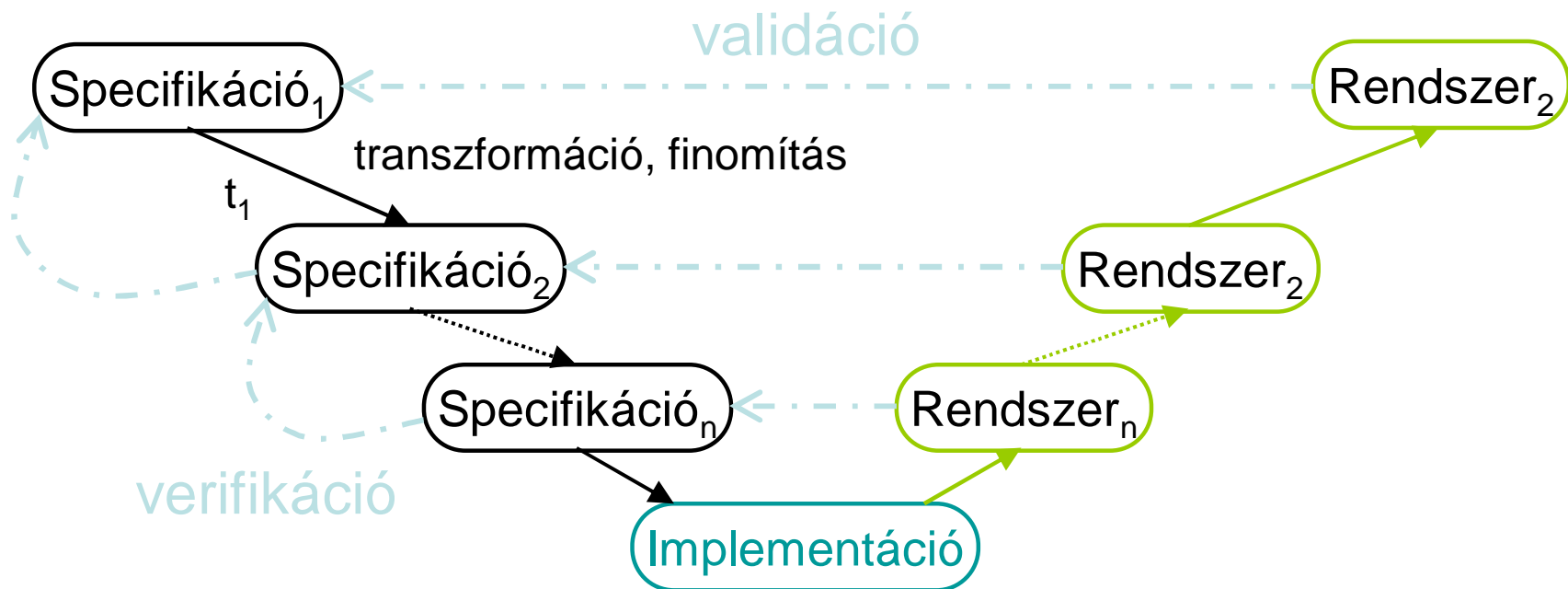
- Tekintve, hogy az informatikai rendszerek jellegzetesen egyediek, a minőségbiztosításnak nem a termék reprodukciójára, hanem magára a konstrukcióra kell koncentrálnia.
- A tervezés során a végcél egy olyan rendszer felépítése, amely bizonyítottan **helyes** szolgáltatásokat nyújt a végfelhasználó felé.
- E cél érdekében *egyrészt alkalmazhatunk matematikai módszereket*, amelyek (az adott modell érvényességén belül) 100% valószínűséggel bizonyítják a struktúra helyességét.
- *Másrészt tervezett teszteléssel* is megpróbálhatjuk megbecsülni épülő vagy már kész rendszerünk jószágát.
- Sajnos azonban a legalaposabb tesztelés sem képes a teljes problémátér átvizsgálására, ezért sohasem adhat 100%-os bizonyosságot rendszerünk helyes működéséről.

- A vizsgálat során két kérdéskört kell alaposan végigjárnunk:
- a megrendelő igényeinek megfelelő, *jó* rendszert építünk-e (*validáció*),
- illetve a fejlesztés során kapott különböző mélységű modellek ekvivalensek-e, azaz *jól* építjük-e a rendszert (*verifikáció*).



# Verifikáció és validáció szerepe

- **Verifikáció:**
  - jól építjük-e a rendszert?
- **Validáció:**
  - jó rendszert építünk-e?



Tegyük fel, hogy biztosak lehetünk abban, hogy a kiinduló specifikációnk teljes (az egész problémateret lefedi), és az összes megrendelői kívánalmat teljesíti.

- Ebben az esetben természetesen elég a tisztán **verifikációs** megközelítés, azaz a specifikáció és az implementációs modellek ekvivalenciájának bizonyítása.

A valós életben azonban gyakran előfordul, hogy a fenti feltételek nem teljesülnek, a rendszer biztonságkritikus, vagy a felhasznált eszközkészlet által nem garantált tulajdonságok ellenőrzése elkerülhetetlen (pl. holtpontmentesség), a **validációt** sem kerülhetjük el.

A specifikáció teljességének ellenőrzése már önmagában is kreativitást igénylő feladat, hiszen bonyolultabb rendszerek reakcióit nemcsak az adott esetben funkcionálisan értelmes esetekre kell specifikálni, hanem **minden elképzelhető (és el sem képzelhető)** bemeneti szekvenciára is.

# Modellalkotás és a modell ellenőrzése

- A fejlesztés első lépéseként a felhasználó igényeinek megfelelő rendszer egy véges modelljét kell megalkotnunk.
- Az informatikai *modell* a számítógépben tárolható adatszerkezetek, adatstruktúrák és az ezeket kezelő, átalakító, ezekből információkat lekérdező algoritmusok összessége, rendszere.
- A *modellalkotás* egy absztrakciós folyamat, amelynek során egyrészt elhagyjuk a feladat szempontjából lényegtelen jellemzőket, másrészt pontosítjuk és formalizáljuk a lényegeseket, állandóan szem előtt tartva a feladatot majd megoldó eszköz (jelen esetben egy számítógépes hardver-szoftver környezet) tulajdonságait és képességeit.

- Egy bonyolultabb probléma megoldása közben tapasztalhatjuk azt is, hogy a modell két komponense *nem független*, az adatstruktúra megválasztása befolyásolja az algoritmus megválasztását és ez fordítva is igaz.
- Ugyanaz az algoritmus, amely hatékony egyfajta adatstruktúrával, nagyon rossz hatásfokú lehet egy másikkal. Ezért a gyakorlati tervezés általában egy *iteratív, javító, módosító lépéseket is tartalmazó folyamat*.
- A *modellellenőrzés* során a rendszer egy korábban megalkotott modelljéről bizonyítjuk be, hogy teljesülnek-e rá a kívánt tulajdonságok.



# Modellellenőrzés

A modellellenőrzés olyan plusz előnyökkel rendelkezik, amelyek már a fejlesztés korai, specifikációs szakaszában is megjelennek.

Ideális esetben:

- a modell határozza meg a designt,
- a szoftvert automatikus kódgenerálással készítjük,
- a validációt pedig modellellenőrzéssel.

A technikák hatékony alkalmazásához azonban tisztában kell lennünk az alkalmazható és alkalmazandó formális módszerekkel, illetve gyakorlatot kell szereznünk az eszközök és technológiák területén is.

# A modell végeessége

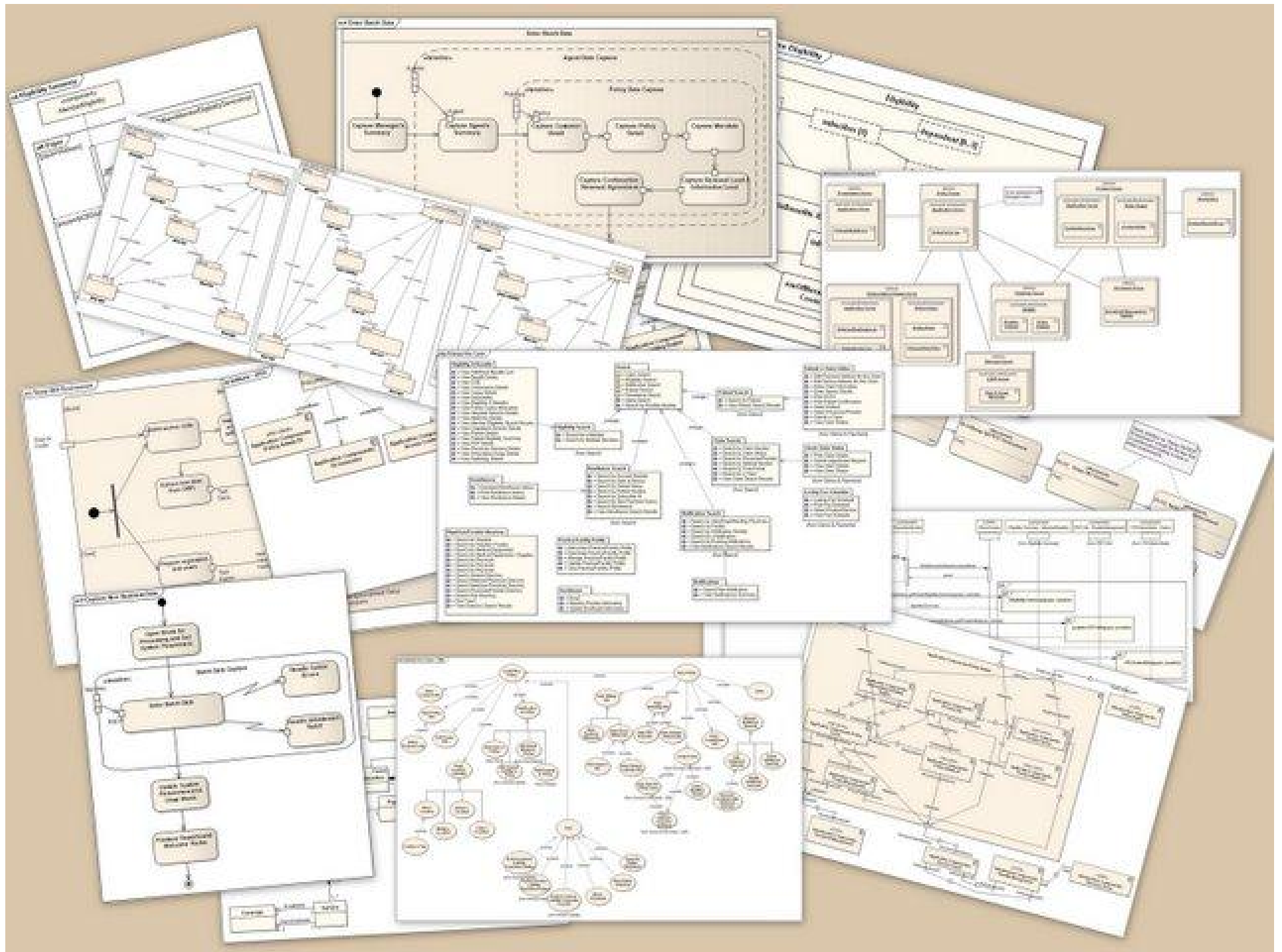
- A modell végeessége elvileg garantálja, hogy az algoritmus futása előbb-utóbb véget ér, azonban a gyakorlati életben általában olyan hatalmas állapotterek jönnek létre, amelyek teljes, kimerítő bejárása reménytelen, esélytelen vállalkozás.
- **Kihívás:** a mérhetetlenül nagy állapotterek kezelése.
- Az utóbbi időben két gyakorlati megvalósítás terjedt el:
  - a temporális modellellenőrzés, illetve
  - az automaták formájában történő specifikáció.
- A temporális modell és a véges automaták modellje matematikai módszerekkel egymásnak megfeleltethető, ekvivalenssé tehető.

# Temporális modellellenőrzés

- Alapvetően a temporális logikára épít, és a rendszereket mint véges állapotú rendszereket modellezi.
- A temporális logika *az események időbeli tanulmányozására szolgál.*
- A **modális logika** egy változata, ahol az operátorokat arra használják, hogy a tények igazságának idejét jelöljék meg.
- Temporális logikában például ilyen állításokat fogalmazhatunk meg: „p a jövőben mindig, *minden pillanatban* igaz lesz”, „p a jövőben *valamikor* igaz lesz” stb.

# Véges automaták (másik megközelítés)

- Az automata ugyanúgy matematikai modell, mint a temporális logika, vagy bármely más formalizmus, azonban rendelkezik azzal az óriási előnnyel, hogy már ránézésre is sok minden leolvasható belőle.
- Egy beszédes UML ábra gyorsabban és több dolgot elárul, mint egy több oldalas magyarázkodás, amely ráadásul sok esetben még félre is értelmezhető.
- (Egységes Modellező Nyelv (Unified Modelling Language - A Rational Software Corporation által kifejlesztett nyelv, amelyet az objektumorientált tervezés adatléírási céljaira fejlesztettek ki)
- Az automata mindig valamilyen meghatározott állapotban van. Ezen állapotok közül mindig egy, és csakis egy érvényes (ekkor azt mondjuk, hogy az automata ebben az állapotban van).



# Gondok:

- A modellellenőrzési módszerek legfőbb veszélye *az állapottér robbanása*, azaz a probléma bonyolultságának növelésével az állapotok és állapotátmenetek száma exponenciálisan nő.
- Ma már különböző minimalizáló és redukációs eljárások segítségével akár  $10^{120}$  elérhető állapot is vizsgálható (természetesen automatizált, gépi módszerekkel).

# Létjogosultság

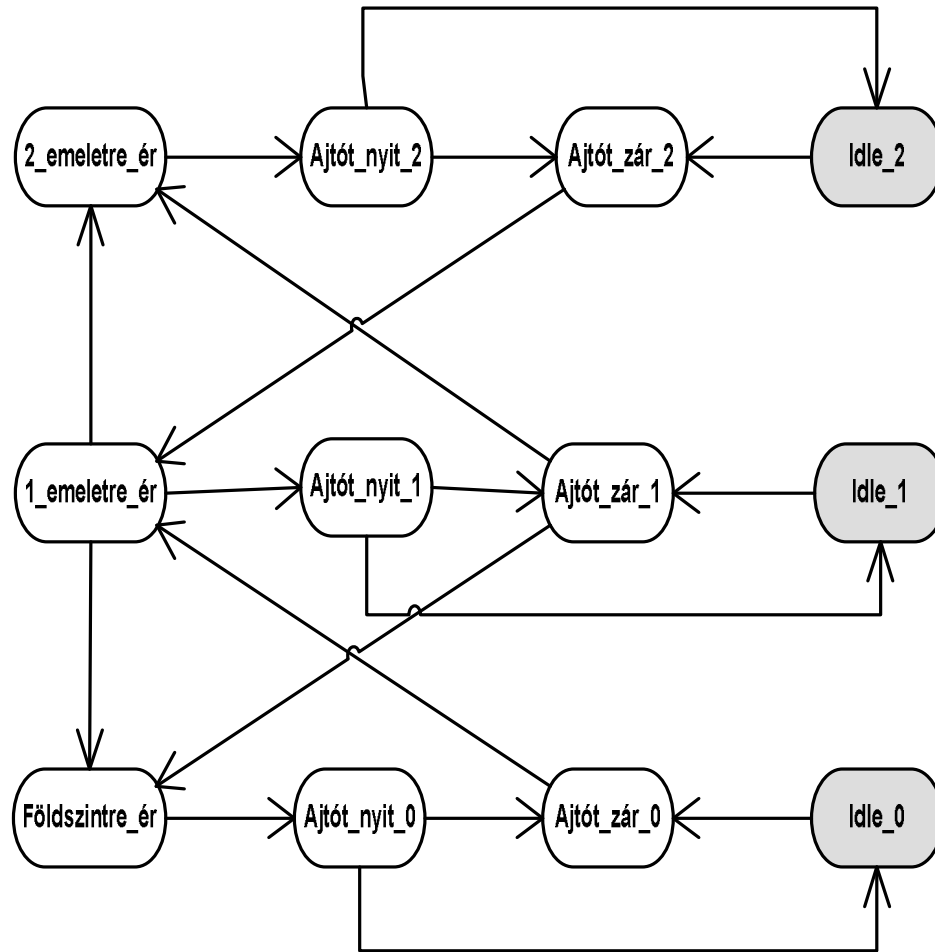
Elhíresült példa az IEEE FUTUREBUS szabvány (1986), amelyet különböző formális analíziseknek alávetve kiderült, hogy számos hibát és potenciális kétértelműséget tartalmaz. Sőt, a későbbiekben időanalízissel kibővített módszer még további hibákat is felfedett. Ez volt az első olyan eset, amikor egy nemzetközi szabványról matematikai módszerekkel sikerült bebizonyítani, hogy hibás.

# Példa

- Képzeljünk el egy épületet, ahova liftet szeretnénk építeni. A lift alapesetben nyugalmi állapotban van valamelyik emeleten (*Idle*). Ha utasítás érkezik, ajtaja becsukódik, és a lift elindul a megfelelő irányba. Ha menet közben olyan közbűlső emeletre ér, ahonnan szintén hívták, akkor ott is megáll.



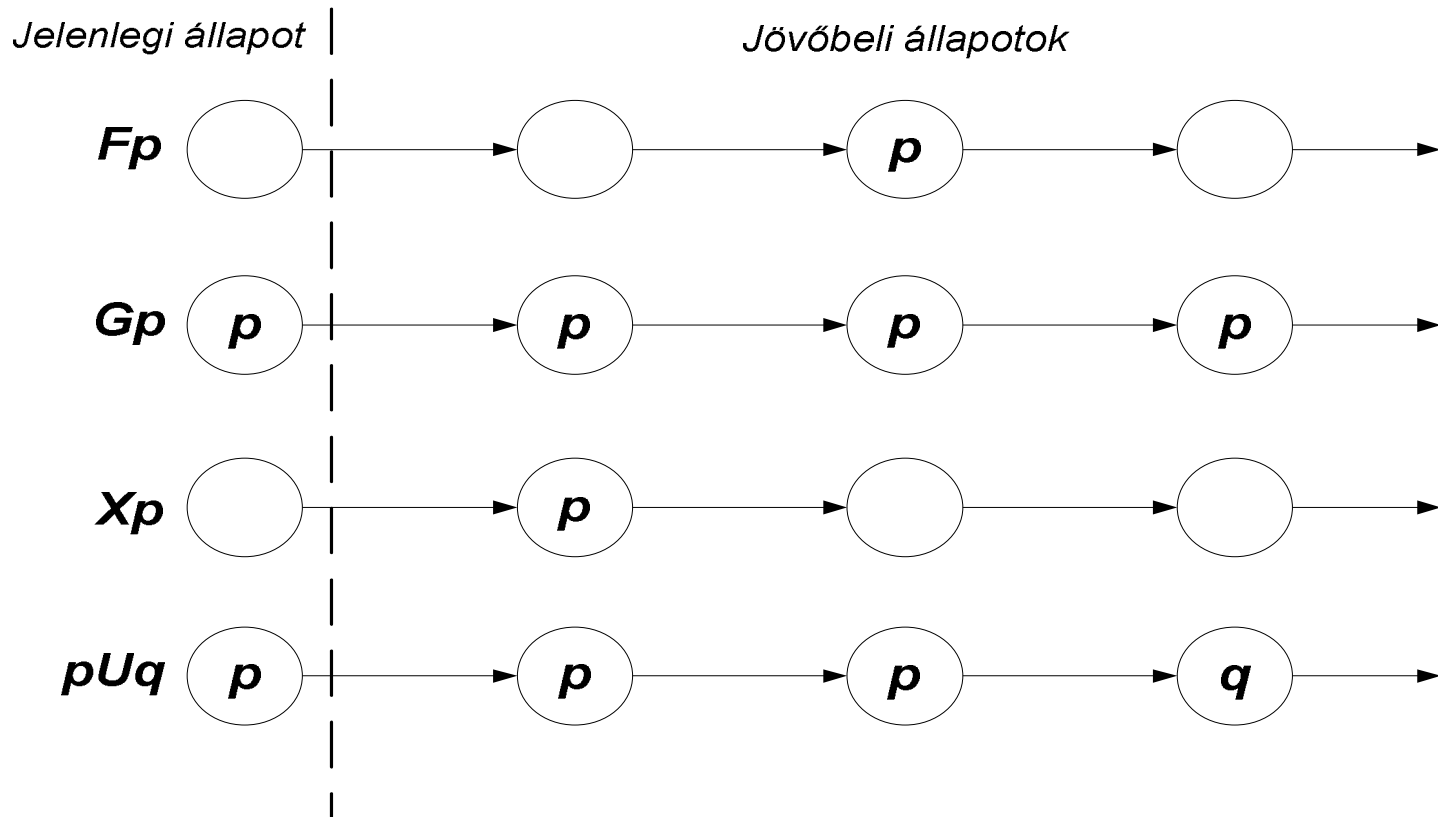
A modellállapot-automatája háromszintes épületet feltételezve (földszint plusz két emelet).



# A rendszer a temporális logika nyelvén

- Milyen operátorokat használhatunk az elemi temporális kifejezésekben:

<i>Temporális operátor</i>	<i>Az operátor jelentése</i>
$Fp$	Valamikor $p$ ( $p$ valamikor a jövőben igaz lesz)
$Gp$	Mindig $p$ ( $p$ mindig igaz)
$Xp$	Következő $p$ ( $p$ a következő pillanatban igaz lesz)
$pUq$	$p$ amíg $q$ ( $p$ igaz, amíg $q$ igaz nem lesz)



$G((Ajtót\_nyit\_1) \Rightarrow (X(Ajtót\_zár\_1) \vee X(Idle\_1)))$

Mindig igaz, hogy ha valamikor az első emeleten kinyílik az ajtó, a következő állapot az ajtó bezárása, vagy nyugalom lesz.

$G(F(Idle\_0) \Rightarrow (Idle\_0) \cup (Ajtót\_zár\_0))$

Mindig igaz, hogy ha a földszinten valamikor nyugalmi állapotba kerülünk, ott is maradunk egészen addig, amíg az ajtó bezárására (és az indulásra) nem kapunk utasítást).

# Miért is jó mindez?

- a rendszerünk tulajdonságait, követelményeit *implementációfüggetlen* módon írhatjuk le;
- olyan rendszereket is vizsgálhatunk a temporális logika segítségével, *amelyek be- és kimenő adatainak kapcsolata nem adható meg egyszerű transzformációként*, hanem az időtényező is lényegi szempont (ilyenek például a folyamatos működésű, reaktív rendszerek, az operációs rendszerek stb.).

# Petri-hálók

A Petri-hálók egyidejűleg nyújtanak grafikus és matematikai reprezentációt

- konkurens
- aszinkron
- elosztott
- párhuzamos
- nemdeterminisztikus és/vagy
- sztochasztikus

rendszerek modellezésére.

- Egy rendszer *konkurens*, ha benne egyidejűleg működő, önálló egységek kommunikálnak egymással úgy, hogy ezen egységek egymáshoz képest tetszőleges működési fázisban vannak.
- *Aszinkronnak* nevezzük az eseményvezérelt rendszereket,
- *elosztottnak* pedig azokat, amelyeknél az egyes rendszerelemek között funkcionális tagolódás van, azaz valamilyen megegyezés arról, ki milyen feladatot lásson el a teljes és hatékony működés érdekében.
- A *párhuzamos* rendszerek nagyon hasonlítanak a konkurensokra, lényeges különbség azonban, hogy párhuzamos esetben a rendszerelemek között szoros szinkronizáció áll fenn (konkurens rendszereknél erre semmilyen megkötés nincs).
- Ha egy rendszer *nemdeterminisztikus*, az azt jelenti, hogy egy-egy adott állapotából nem egyértelmű, melyik állapot lesz a következő. Általában adatfüggő, hogy hova lépünk tovább, azonban előfordulhat, hogy a működési módot véletlennel modellezzük.

- C.A. Petri a 60-as évek elején publikálta a róla elnevezett módszert.
- Mindent **struktúrával** fejez ki: a vezérlést és az adatszerkezetet egyaránt.
- Ennek a megközelítésnek egyik fő előnye, *hogy minden más ábrázolásmód kiteríthető Petri-hálóvá*, ugyanakkor már egyszerű feladatok leírása is hatalmas hálót eredményez.
- Összességében a kiforrott matematikai háttér miatt ez a leírásmód rendkívül hatékony eszköz lehet rendszerek analízisére, ha a rendszer modelljét valamely kompaktabb modellezésből automatikusan származtatjuk.

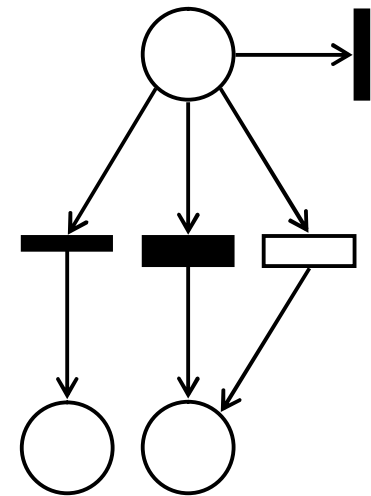
- Egyidejűleg:
  - grafikus
  - matematikai reprezentáció
- Struktúrával fejezi ki:
  - vezérlési struktúra
  - adatstruktúra
- Előnyök/hátrányok:
  - + más ábrázolásmódok is kiteríthetők Petri hálóvá
  - egyszerű feladathoz is nagy Petri háló tartozhat



# Petri hálók struktúrája

Strukturálisan: irányított,  
súlyozott, páros gráf

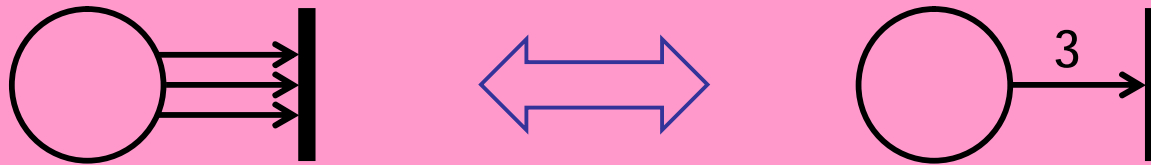
- Két típusú csomópont:
  - hely:  $p \in P$   $\bigcirc$
  - tranzíció:  $t \in T$   $\square$
- Irányított élek (páros gráf):
  - hely  $\rightarrow$  tranzíció
  - tranzíció  $\rightarrow$  hely
  - $e \in E: (P \times T) \cup (T \times P)$



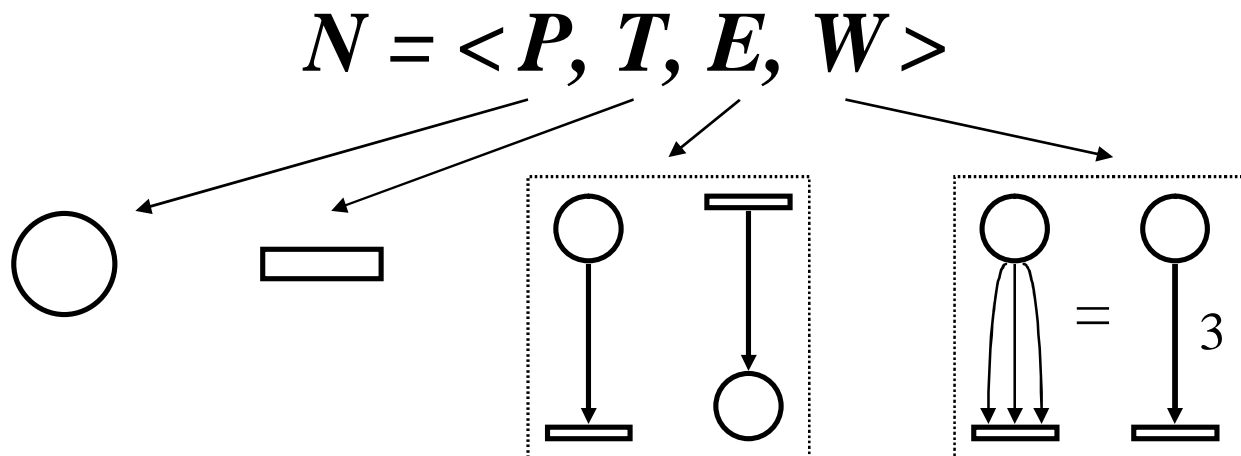
# Élek

## Élsúly:

- Bármely  $e \in E$  élhez  $w^*(e) \in \mathbf{N}^+$  súlyt lehet rendelni
- A  $w^*(e)$  súlyú  $e$  él ugyanaz, mint  $w_e$  darab párhuzamosos él
- Nem szokás feltüntetni az egyszeres súlyokat



# Petri hálók felépítése

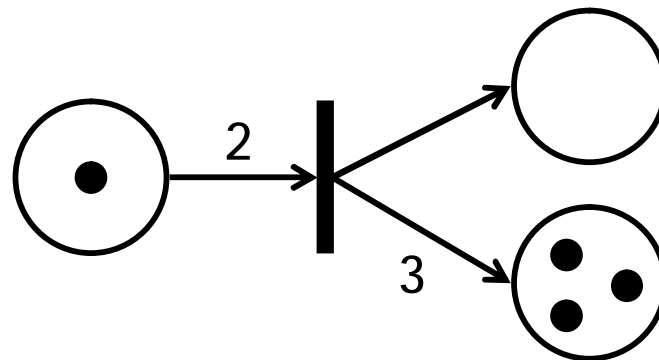


# Dinamikus működés: állapotváltozók

Állapot:

- Állapotjelölő: token
  - token jelölése: fekete pötty a hely körébe rajzolva
- Hely állapota: benne levő tokenek száma
- Hálózat állapota: az egyes helyek állapotainak összessége
  - Állapotvektor: a  $\pi = |P|$  komponensű  $M$  token eloszlás vektor
  - Az  $m_i$  komponense a  $p_i$  helyen található tokenek száma
    - „ $p_i$ -t  $m_i$  token jelöli”

$$M = \begin{bmatrix} m_1 \\ \mathbf{M} \\ m_p \end{bmatrix}$$



- Kezdőállapot:  $M_0$  kezdő token elosztás

# Működés

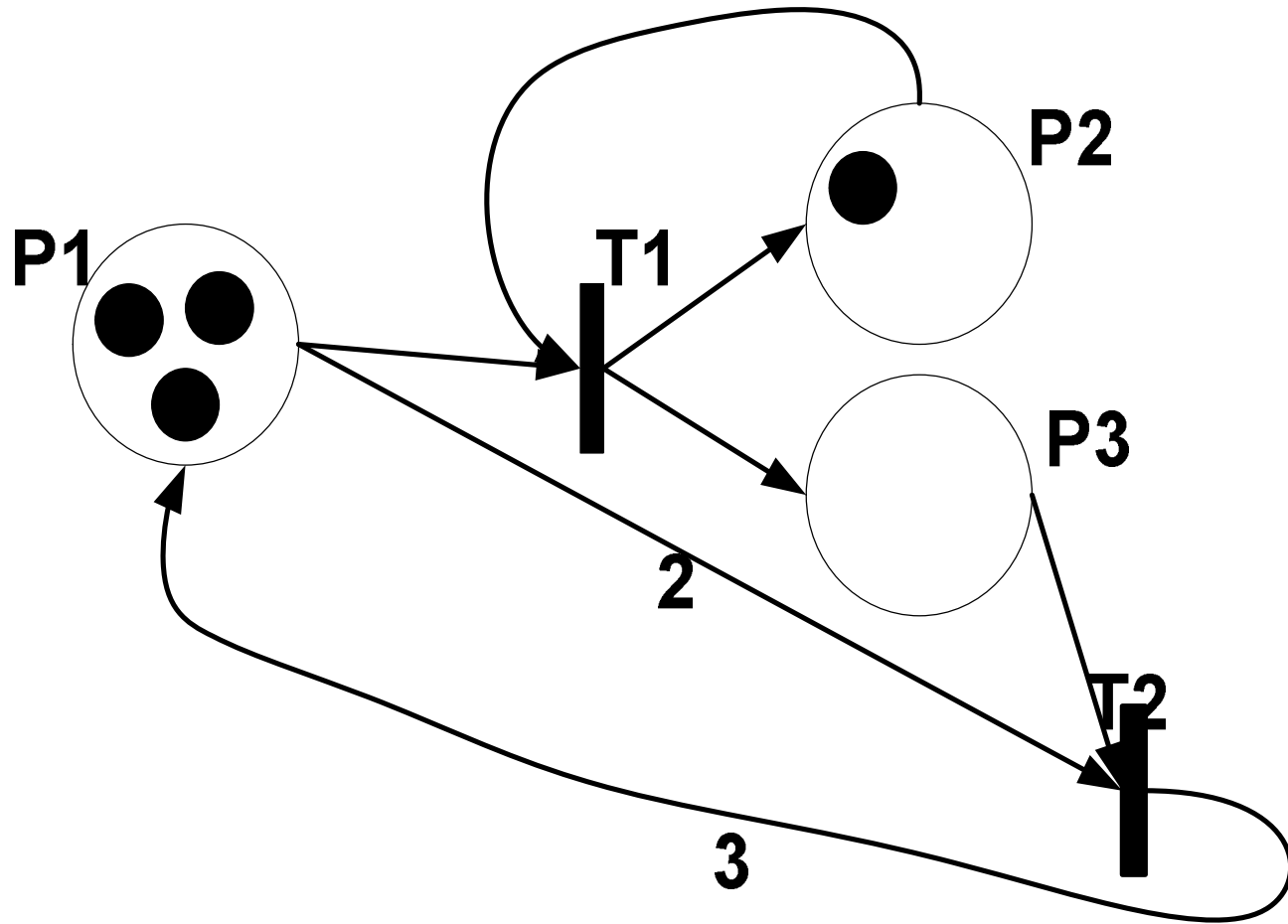
Állapotváltás:

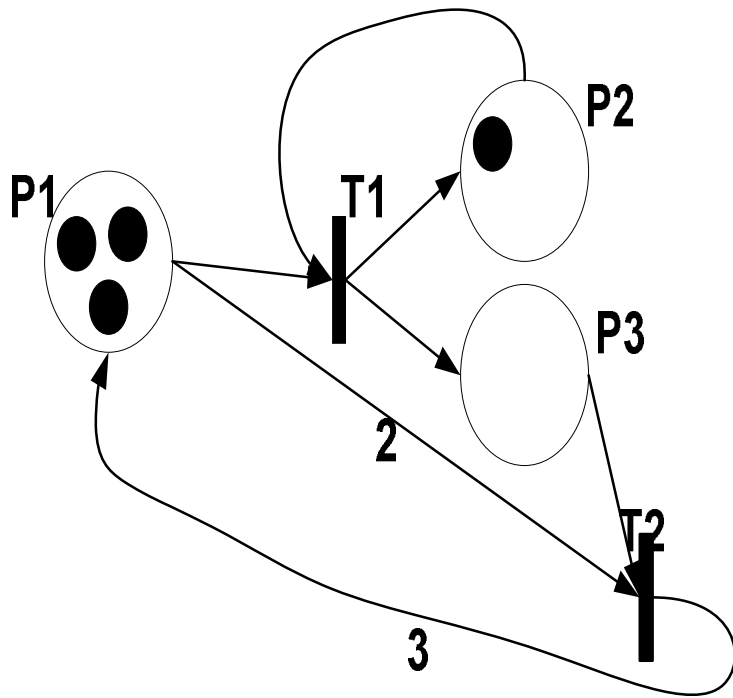
- Állapot megváltozása: tranzíciók „tüzelése”
  - engedélyezettség vizsgálata
  - tüzelés végrehajtása
    - tokenek elvétele a bemeneti helyekről
    - tokenek kirakása a kimeneti helyekre
  - megváltozott token eloszlás vektor: új állapot

# Speciális csomópontok

- a forrás- és a nyelő tranzíció
- A forrásnak nincs bemenete, és mindig képes tüzelni
- a nyelő tranzíciónak pedig nincs kimenete, így a tüzelés során a hozzá érkező tokeneket „elnyeli”.

# Példa

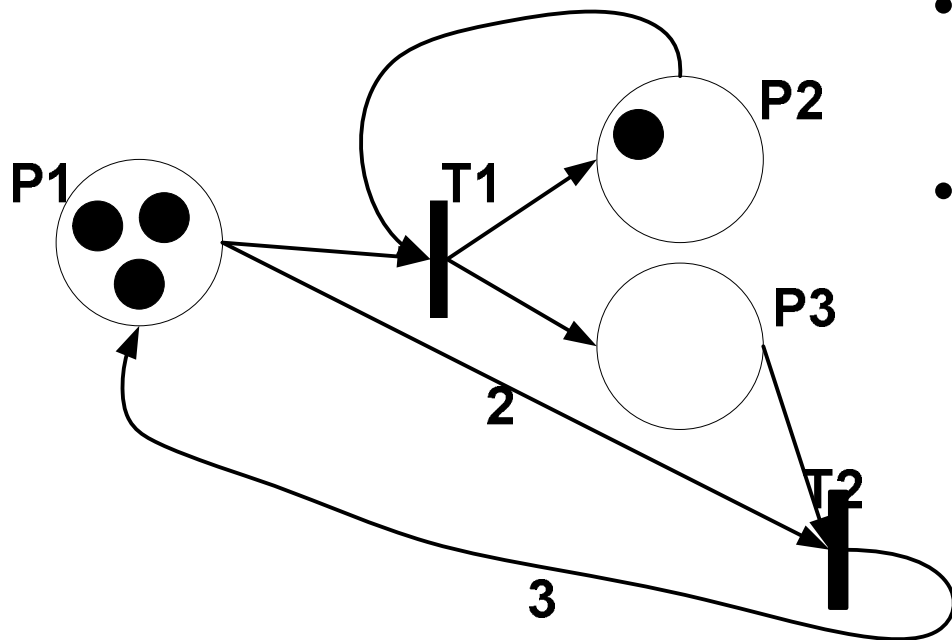




- egy egyszerű Petri-háló kezdeti állapotát (tokeneloszlását) láthatjuk:
- A  $P1$  állapotban 3,
- a  $P2$ -ben 1,
- $P3$ -ban 0 token van.
- A  $T1$  tranzíciónak két bemenő ( $P1$ -ből és  $P2$ -ből), és két kimenő ( $P2$ -be és  $P3$ -ba) éle van.
- Két élnek van 1-től különböző súlya: a  $P1 \rightarrow T2$  él 2, a  $T2 \rightarrow P1$  él 3 súlyú.



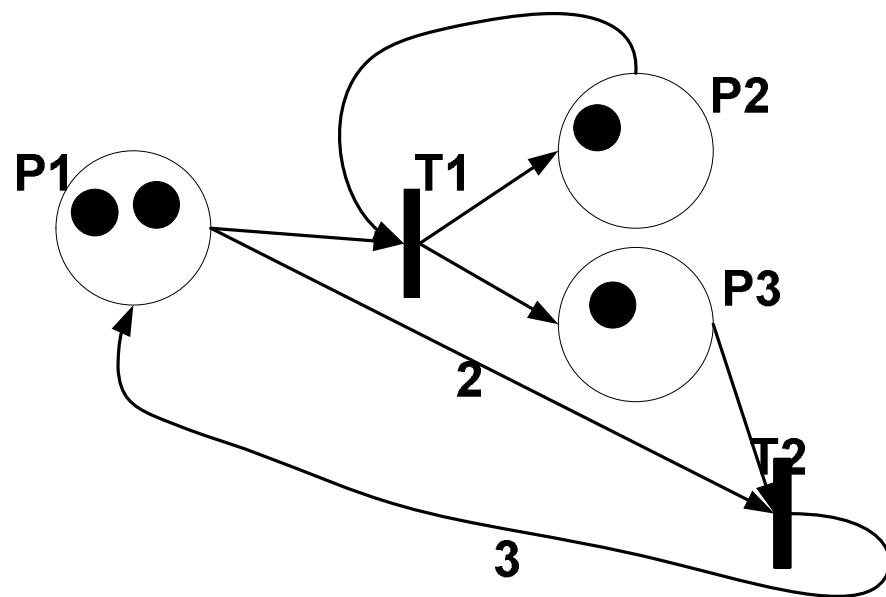
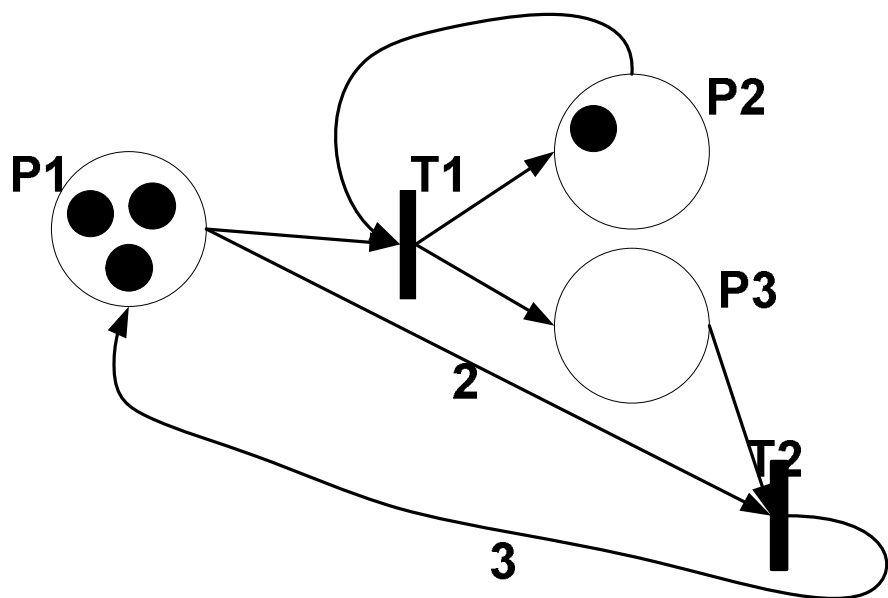
- Mit is jelent mindez? Petri-hálók esetében állapotátmenet helyett *tüzelésről* beszélünk: ez az a folyamat, amely során a tokenek ide-oda vándorolnak a hálón belül.
- Egy tranzíció akkor *tüzelhet*, ha az összes bemenő éléhez csatlakozó helyen van legalább annyi token, amennyi az adott él súlya.



- $T1$  tüzelhet, mert  $P1$ -ben is,  $P2$ -ben is van 1-1 token,
- $T2$  azonban nem, mert  $P1$ -ben van ugyan 2 token, de  $P3$ -ban nincs egy sem.
- A tüzelés során a tranzíció a bemenő éleihez csatlakozó helyekről (az őseitől) elveszi az élnek megfelelő számú tokent, a kimenő élek végpontjain álló helyekhez (utódaihoz) pedig hozzáad az él súlyának megfelelő számút.
- A példában a  $T2$  tranzíció a  $P3$  helyről 1, a  $P1$  helyről 2 tokent vesz el a tüzelés során.

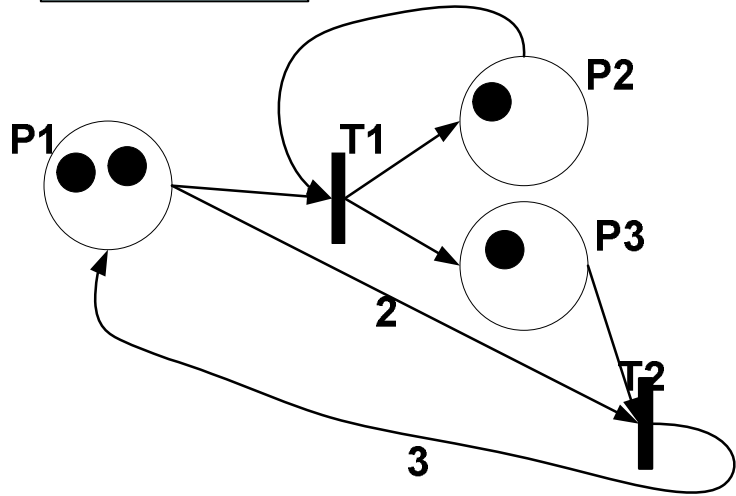
Most egyértelmű, hogy a következő tüzelő tranzíció a  $T1$  lesz, de mi történik, ha egyszerre több tranzíció is tüzelhetővé válik? Ebben az esetben is egyetlen tranzíció tüzel a következő alkalommal (a következő logikai időpillanatban), de hogy melyik, az előre teljesen kiszámíthatatlan (a Petri-háló nemdeterminisztikus volta miatt).

Hogyan néz ki a fenti háló a T1 tranzíció tüzelése után?

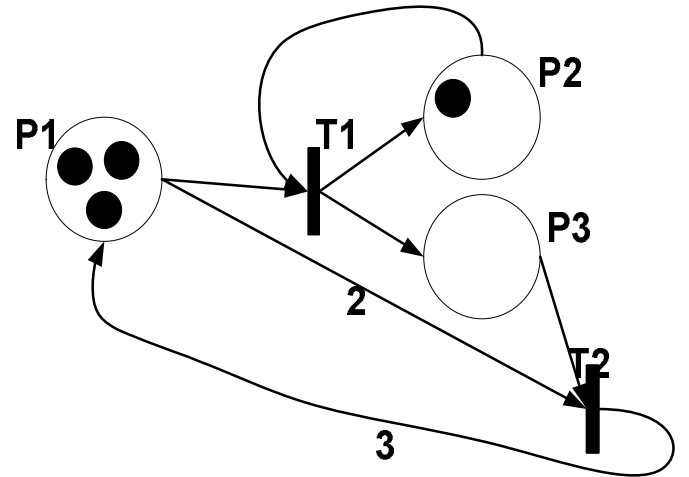
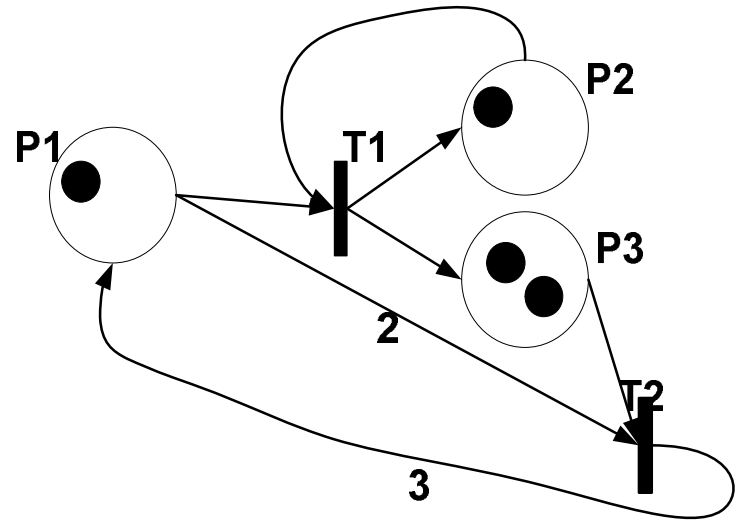


Jól látható, hogy most már mind a T1, mind a T2 állapot tüzelhető.

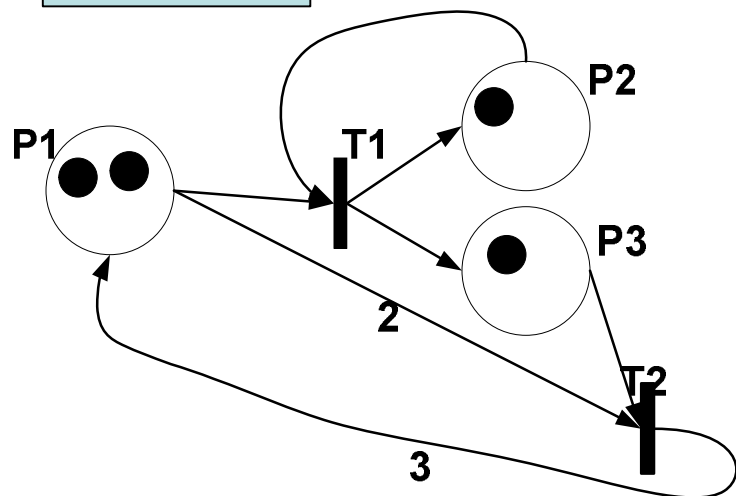
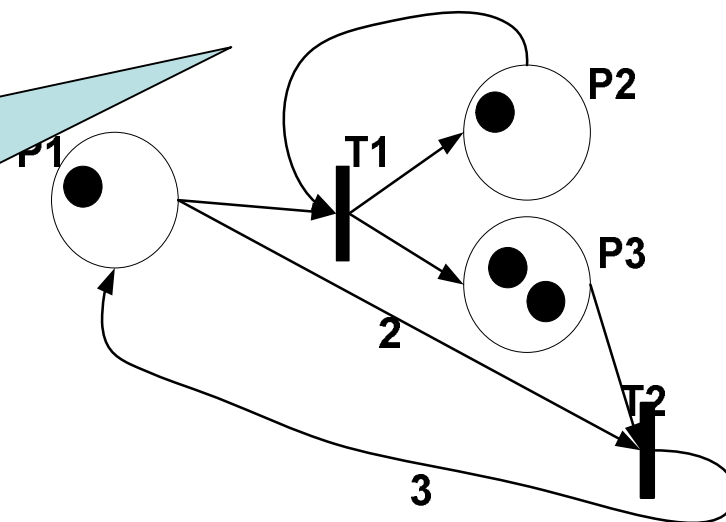
A T1 tüzelése után



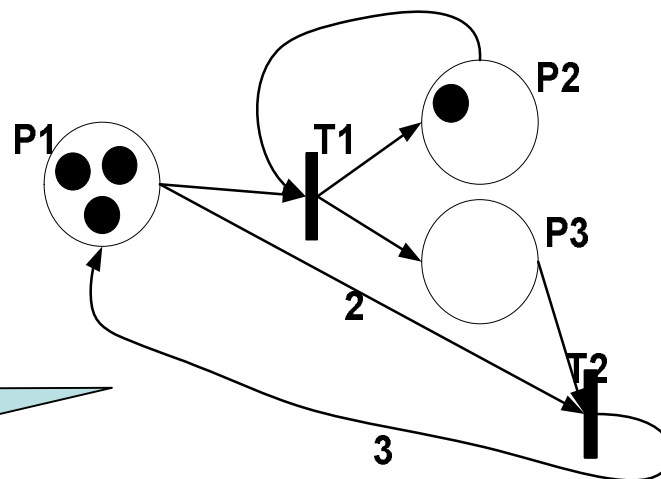
T2 tüzelése után



-T2 tranzíció ismét nem képes tüzelésre  
 -ha a T1 tranzíció még egy alkalommal tüzel,  
 akkor a P1 helyen nem marad több token, a  
 háló holtpontra (deadlock) kerül

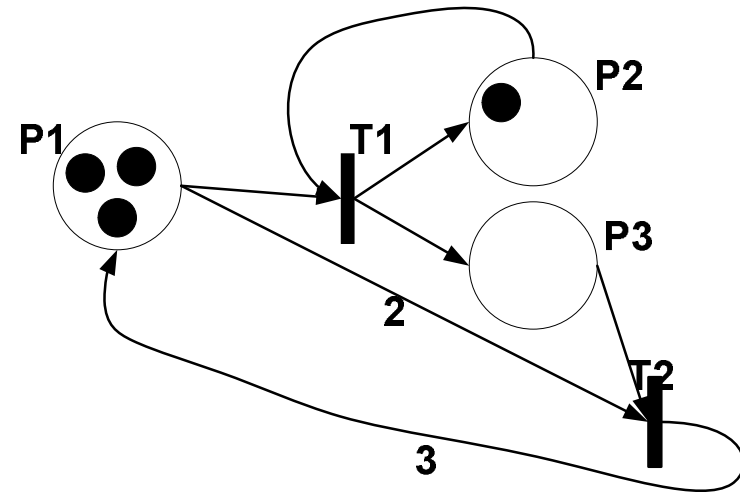


megegyezik a kiinduló tokeneloszlással

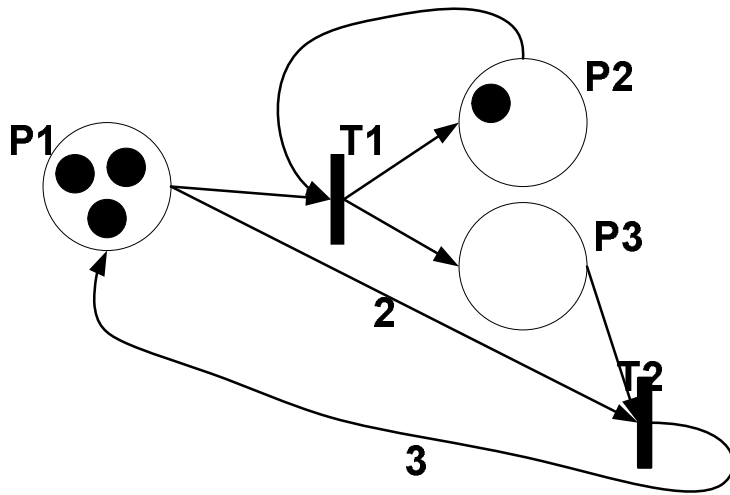


# Matematikai formalizmussal:

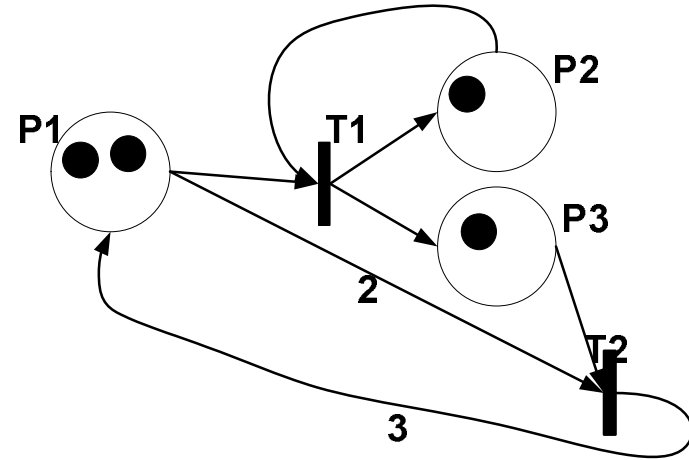
- Egy adott tokeneloszlást az az  $M$  vektor jelöl, amelynek dimenziója a  $P$  helyek száma ( $\pi=|P|$ ), elemei pedig az adott sorszámú helyen az adott pillanatban található tokenek száma.
- Az előzőekben tekintett kezdeti tokeneloszlás leírása tehát így módon ( $\pi =3$ ):



$$M_0 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$M_0 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$M_{T1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

# Összefoglaló

Petri háló:

- Nemdeterminisztikus véges automata
- Állapotvektor: token eloszlás vektor
- Állapotátmeneti függvény: tranzíciók

Felépítés:

- egy-egy hely egy-egy logikai feltétel
- Petri háló struktúrája követi a feladat logikai dekompozícióját



# Szintakszis összefoglalása

Petri-háló	$PN = (P, T, E, W, M_0)$
Helyek	$P = \{p_1, p_2, \dots, p_\pi\}$
Tranzíciók	$T = \{t_1, t_2, \dots, t_\tau\}$
	$P \cap T = \emptyset$
Élek	$E \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$
Súlyfüggvény	$w^* : E \longrightarrow \mathbb{N}^+$
Kezdőállapot	$M_0 : P \longrightarrow \mathbb{N}$
PN struktúra	$N = (P, T, E, W)$
PN adott kezdőállapottal	$(N, M_0)$

# Topológia

$n \in (P \cup T)$  csomópont  $\mathbf{I}$   $n$  ősei és  $n\mathbf{I}$  utódai:

- $t \in T$  ősei a bemeneti helyei:  $\mathbf{I} t = \{p \mid (p,t) \in E \}$
- $t \in T$  utódai a kimeneti helyei:  $t\mathbf{I} = \{p \mid (t,p) \in E \}$
- $p \in P$  ősei a bemeneti tranzíciói:  $\mathbf{I} p = \{t \mid (t,p) \in E \}$
- $p \in P$  utódai a kimeneti tranzíciói:  $p\mathbf{I} = \{t \mid (p,t) \in E \}$

# Topológia

Csomópontok  $P' \subseteq P$  ill. tranzíciók  $T' \subseteq T$   
részhalmazára:

$$\bullet P' = \mathbf{U}_{p \in P'} \bullet p$$

$$P' \bullet = \mathbf{U}_{p \in P'} p \bullet$$

$$\bullet T' = \mathbf{U}_{t \in T'} \bullet t$$

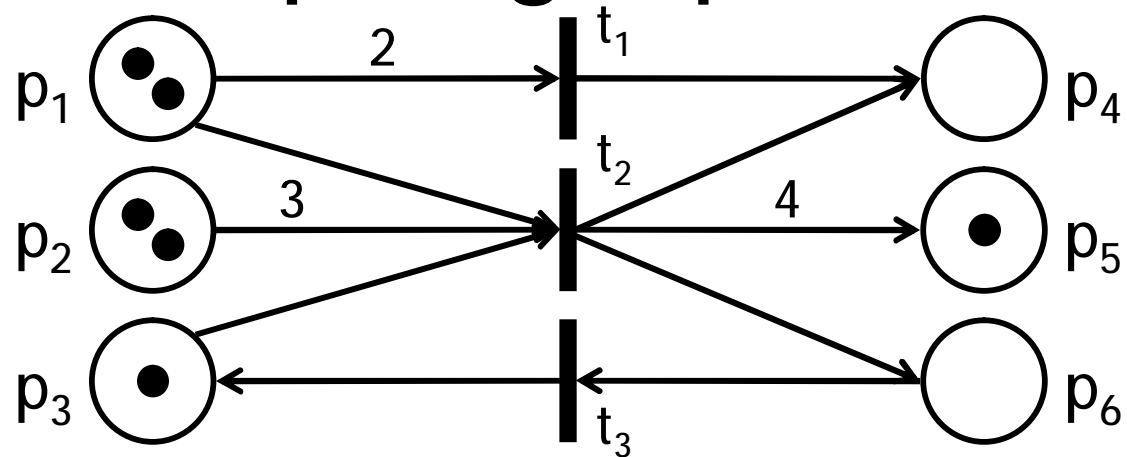
$$T' \bullet = \mathbf{U}_{t \in T'} t \bullet$$

# Speciális csomópontok

Forrás ill. nyelő csomópontok

- $t \in T$  forrás (nyelő) tranzíció:
  - Bemenő (kimenő) hely nélküli ( $\mathbf{I} t = \emptyset$  illetve  $t \mathbf{I} = \emptyset$ )
  - Forrás tranzíció minden esetben tud tüzelni
- PN **tiszta**, ha nincsenek önhurkai, azaz
  - $\forall t \in T: \mathbf{I} t \cap t \mathbf{I} = \emptyset$

# Topológia példa



$$| p_1 = \emptyset$$

$$| p_2 = \emptyset$$

$$| p_3 = \{t_3\}$$

$$| p_4 = \{t_1, t_2\}$$

$$| p_5 = \{t_2\}$$

$$| p_6 = \{t_2\}$$

$$p_1 | = \{t_1, t_2\}$$

$$p_2 | = \{t_2\}$$

$$p_3 | = \{t_2\}$$

$$p_4 | = \emptyset$$

$$p_5 | = \emptyset$$

$$p_6 | = \{t_3\}$$

$$| t_1 = \{p_1\}$$

$$| t_2 = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$| t_3 = \{p_6\}$$

$$t_1 | = \{p_4\}$$

$$t_2 | = \{p_4, p_5, p_6\}$$

$$t_3 | = \{p_3\}$$

# Dinamikus viselkedés

Petri hálók „működésének” egy lépése:

- Állapot megváltozása: tranzíciók „tüzelése”
  - korábbi állapot: kezdeti token eloszlás vektor
  - tüzelés végrehajtása
    1. engedélyezettség vizsgálata
    2. tokenek elvétele a bemeneti helyekről
    3. tokenek kirakása a kimeneti helyekre
  - új állapot: megváltozott token eloszlás vektor

# Tüzelés feltétele

- Ha egy  $t \in T$  tranzíció minden bemeneti helyét legalább  $w^-(p, t)$  token jelöli:
    - $w^-(p, t)$  a  $p$ -ből  $t$ -be vezető  $e = (p, t)$  él  $w^*(e)$  súlya
- $\Rightarrow$  a tranzíció tüzelése **engedélyezett**, ha

$$\forall p \in \bullet t : m_p \geq w^-(p, t)$$

# Állapotátmenet

Tüzelés végrehajtása:

- Engedélyezett tranzíció tetszése szerint tüzelhet vagy nem
  - “fire at will”
- Több tranzíció engedélyezett: konfliktus
  - egy lépésben csak egy engedélyezett tranzíció tüzelhet
  - konfliktusfeloldás véletlen választással
- **$\exists$  Nemdeterminisztikus működés**

A tranzíció tüzelése

- elvesz  $w^-(p, t)$  darab tokent a  $p \in \mathbf{I}$   $t$  bemeneti helyekről
  - $w^-(p, t)$  a  $p \rightarrow t$  él súlya
- elhelyez  $w^+(t, p)$  darab tokent a  $p \in \mathbf{tI}$  kimeneti helyekre
  - $w^+(t, p)$  a  $t \rightarrow p$  él súlya



# Nemdeterminizmus és időzítés

Tetszés szerinti tüzelés jelentése:

- implicit időfogalom
- nincs időskála
- a tüzelés a  $[0, \infty)$  időintervallumban valahol megtörténhet

A tüzelésekhez tetszőleges konkrét időértéket rendelve:

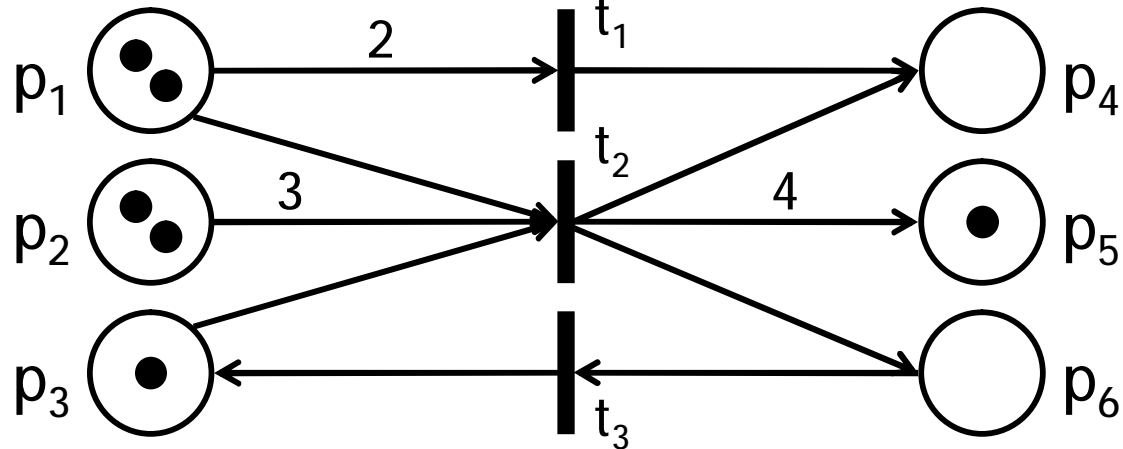
- az azonos struktúrájú és kezdőállapotú nem-determinisztikus időzítetlen Petri háló annak minden lehetséges tüzelési szekvenciáját lefedi.

# Szomszédossági mátrix

- Súlyozott szomszédossági mátrix:  $\mathbf{W} = [w(t, p)]$
- Dimenziója:  $\tau \times \pi = |T| \times |P|$
- Ha  $t$  tüzel, mennyit változik a  $p$ -beli tokenszám:

$$w(t, p) = \begin{cases} 0 & \text{ha } (t, p) \notin E \text{ és } (p, t) \notin E \\ w^+(t, p) - w^-(p, t) & \text{ha } (t, p) \in E \text{ vagy } (p, t) \in E \end{cases}$$

# Szomszédossági mátrix példa



$$W = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & -1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$W^- = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$