ÓBUDAI EGYETEM

1. hét: A Boole - algebra

Steiner Henriette

Egészségügyi mérnök

Digitális technika

2015/2016

Elérhetőségek

Dr. Steiner Henriette

steiner.henriette@nik.uni-obuda.hu

Féléves követelmények

- Heti óraszámok: 2 óra előadás
- Számonkérés módja:
  - ZH:
    - 2-11. hét labor kis ZH
    - 13. hét elméleti ZH (teszt+ feladatok+esszé) + LABOR vizsgamérés
  - Pót zh-k

    14. hét A labor kis ZH-val összevont pótlás
  - Vizsga
    - A vizsgára bocsátás feltétele, hogy mind a ZH, mind a vizsgamérés mind a labor kis ZH-k összesített eredménye darabonként legalább 50%-os eredményű legyen
    - Első rész: vizsga, tesztkérdések, feladatok és esszé
      - » Az első részben a kapható maximális pontszám legalább 51 százalékát el kell érni ahhoz, hogy a vizsga eredménye elégséges vagy jobb legyen
    - Második rész: példamegoldás és önálló laborfeladat megoldása
    - A végső pontszám az első és a második részre kapott pontok összege lesz

Ajánlott irodalom

- **Kóré László:** Digitális elektronika I. (BMF 1121)
- **Zsom Gyula:** Digitális technika I.

  (Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2000, KVK 49-273/I, ISBN 963 6 1786 6)
- **Zsom Gyula:** Digitális technika II. (Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2000, KVK 49-273/II, ISBN 963 16 1787 4)

Ajánlott irodalom

- **Arató Péter:** Logikai rendszerek tervezése (Tankönyvkiadó, Budapest, 1990, Műegyetemi Kiadó 2004, 55013)
- **Rőmer Mária:** Digitális rendszerek áramkörei (Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1989, KVK 49-223)
- **Rőmer Mária:** Digitális technika példatár (KKMF 1105, Budapest 1999)

Ajánlott irodalom

MATIJEVICS ISTVÁN Szegedi Tudományegyetem

DIGITÁLIS TECHNIKA INTERAKTÍV PÉLDATÁR

ISBN 978-963-279-528-7

http://www.inf.u–szeged.hu/

projectdirs/digipeldatar/

digitalis_peldatar.html

Ajánlott irodalom

Előadás anyaga

Az önök saját jegyzete

Ellenőrző kérdések

Ellenőrző feladatok

Bevezetés

Digitális technika
2015/2016

ÓBUDAI EGYETEM

Bevezető

A tárgy célja

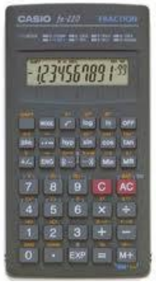
Digitális rendszertechnikai

alapfogalmak

alapismeretek

módszerek

megismertetése



Informatikai eszközök működésének megértéséhez,

Mérnöki szemlélet kialakításához

Tananyag

- Logikai hálózat fogalma, logikai hálózatok csoportosítása.
- Kombinációs hálózatok leírási módjai.
- Logikai függvények, igazságtáblázat, logikai kapcsolási rajz, Karnaugh tábla. Kombinációs hálózatok vizsgálata és tervezése.
- Jelterjedési késési idő, kombinációs hálózatok hazárdjai.
- Tipikus kombináció hálózatok.
- Programozható kombinációs hálózatok.
- Sorrendi hálózat fogalma, sorrendi hálózatok csoportosítása.
- Szinkron és aszinkron hálózatok.
- Tároló alapelemek, flip-flop típusok.
- Szinkron hálózatok vizsgálata, állapottáblázat, állapotegyenlet, állapot-diagram. Szinkron hálózat tervezési módszerei.
- Tipikus egyszerű szinkron hálózatok, számlálók és regiszterek.
- Aszinkron hálózatok vizsgálata

Tananyag

- Halmazelmélet
  - Alapfogalmak
  - Műveletek
- Számelmélet
  - Számrendszerek
  - Számkódok
  - Jelek
- Boole – logika
  - Alapfogalmak
  - Műveletek

Halmazelmélet

Digitális technika
2015/2016

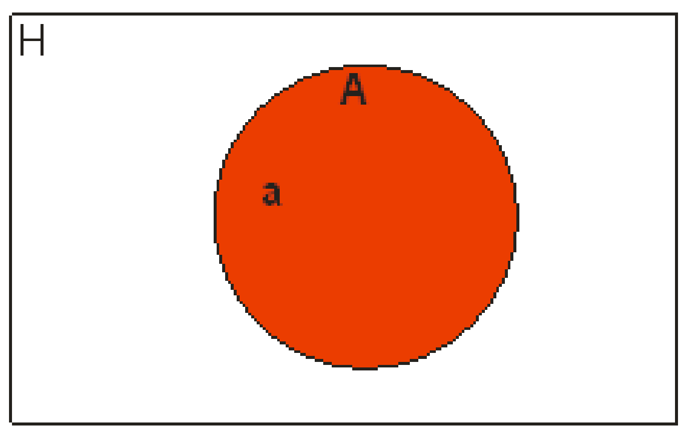
Halmazok

Halmaznak a közös tulajdonsággal rendelkező dolgok összességét értjük. Jelölése általában nagy betűvel történik.

Jelölések:

$a \in A$ (a eleme az A halmaznak),

$a \in A$ (a nem eleme az A-nak).



Halmazok

A halmaz megadása tehát:

1./ Az őt alkotó elemeket felsoroljuk (ez csak véges sok elem esetén lehetséges).

pl. A

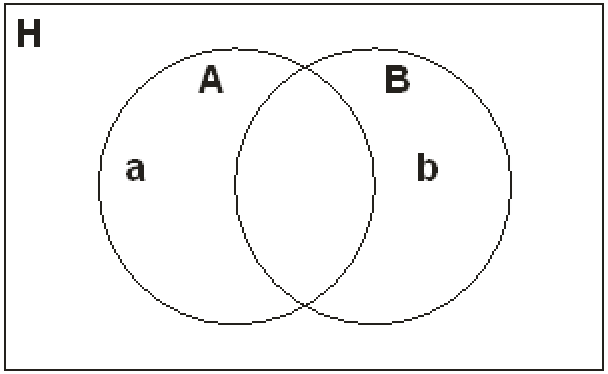
A:{1,2,3,4,}

Halmazok

2./Megadjuk azokat a tulajdonságokat, amelyek alapján adott elemről eldönthetjük, hogy az a vizsgált halmazba tartozik-e vagy sem. Ez történhet matematikai formulával (képlet) is.

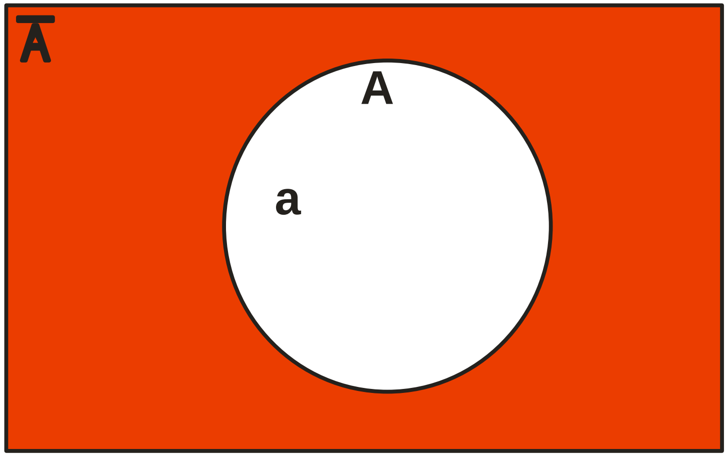
Pl.: A = {x"| 3x+3=0,X∊ R}"

B:{természetes számok halmaza}



Halmazok

Az adott tulajdonsággal nem rendelkező dolgok alkotják az adott halmaz **komplemens** /kiegészítő halmazát.



Halmazok

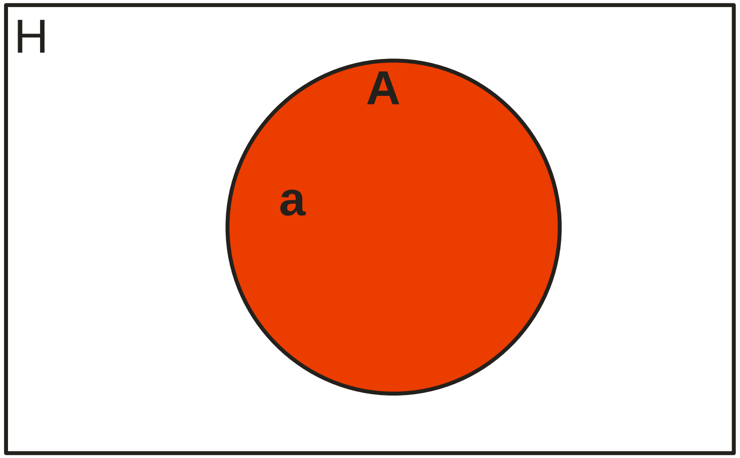
Azt a halmazt, amelynek egyetlen eleme sincs, üres halmaznak nevezzük és $\emptyset$-val jelöljük.

Jelölése $A=\emptyset$ vagy $A=\{\}$

Halmazok

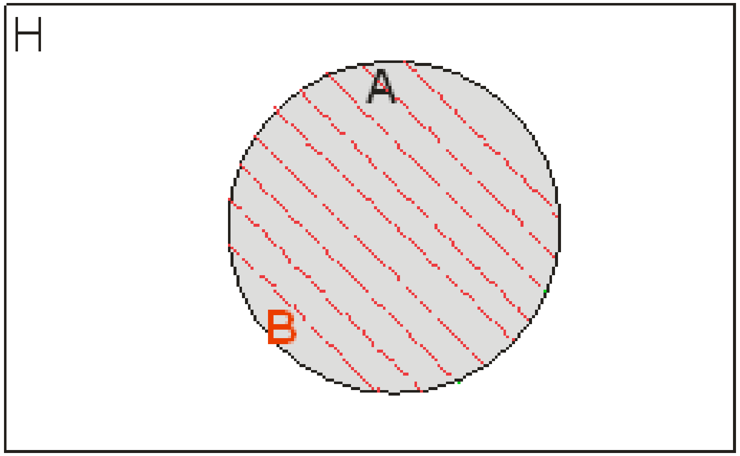
A részhalmaz minden eleme eleme az eredeti halmaznak, ugyanakkor van pluszban egy közös tulajdonságuk, mely az eredeti halmaz valamennyi elemére nem jellemző.

$A \subseteq B$



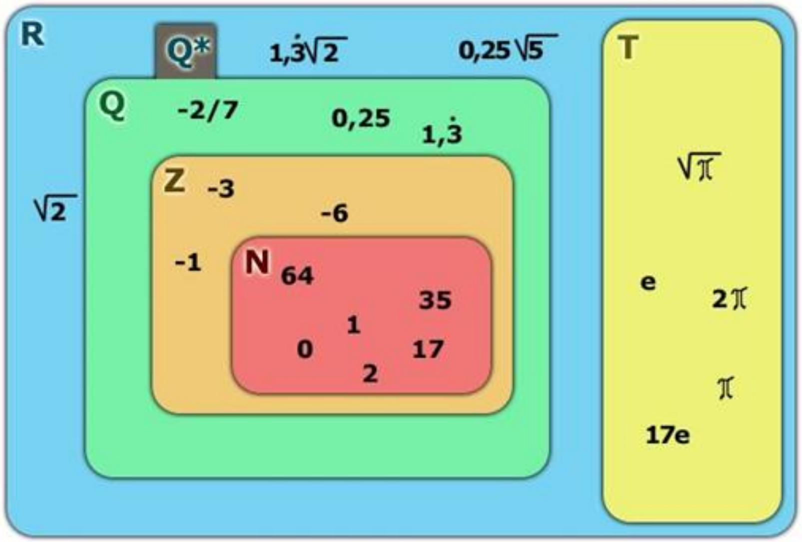
Halmazok

Az A és B halmazokat akkor mondjuk egyenlőnek, ha $A \subset B$ és $B \subset A$ egyidejűleg fennáll.



Halmazok

N={Természetes számok halmaza.}
Z={Egész számok halmaza.}
Q={Racionális számok halmaza. }
Q*={Irracionális számok halmaza.}
T={Transzcendens számok halmaza.}
R={Valós számok halmaza.}
C= {Komplex számok}



$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$

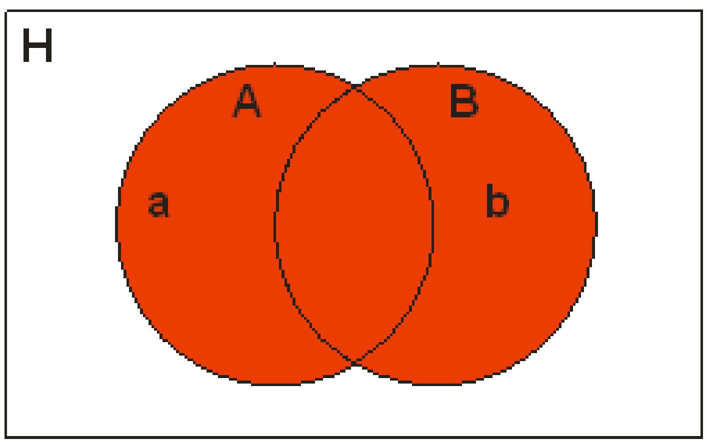
Halmazműveletek

- Unió
- Metszet
- Különbség
- Descartes szorzat

Unió diszjunkció VAGY

Az A és B halmazok egyesítésén vagy **unió**ján mindazon elemek halmazát értjük, amelyek vagy A-nak, vagy B-nek (vagy mindkettőnek) elemei.

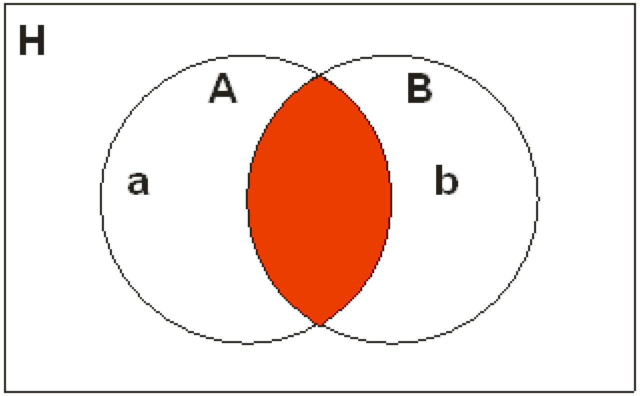
Jelölése: $A \cup B = \{x \mid x \subset A \text{ vagy } x \subset B\}$.



Metszet Konjunkció ÉS

Az A és B halmazok közös részén vagy metszetén azon elemek halmazát értjük, amelyek A-nak és B-nek is elemei.

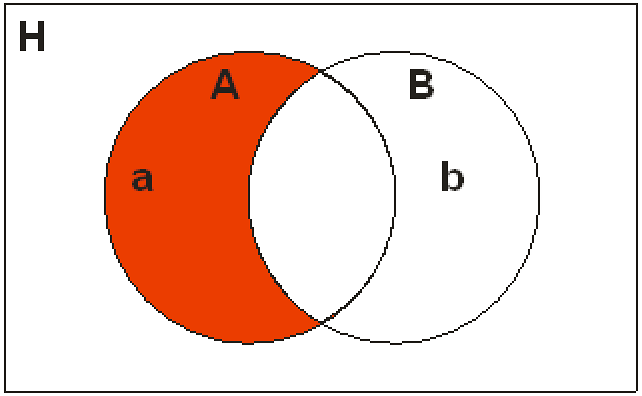
Jelölése: $A \cap B = \{ x \mid x \subset A \text{ és } x \subset B\}$



Különbség

Az A és B halmazok különbségén azon elemek halmazát értjük, amelyek A-nak elemei, de B-nek nem.

Jelölése: $A - B = \{x \mid x \subset A \text{ és } x \subseteq B\}$, vagy $A \setminus B$.



Descartes szorzat

Az A és B halmazok szorzatának (Descartes-szorzatának) nevezzük azt a C halmazt, amelynek elemei az A és B halmaz elemeiből az összes lehetséges módon képzett rendezett elempárokból áll.

Jelölése: $C = A \times B = \{(a,b) \mid a \subset A \text{ és } b \subset B\}$.

Halmazműveletek tulajdonságai

Legyen A, B, C független nem üres halmazok, és részhalmazai H-nak

Halmazműveletek tulajdonságai

idempotencia:

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

Halmazműveletek tulajdonságai

idempotencia:

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

kommutativitás /felcserélhetőség:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Halmazműveletek tulajdonságai

idempotencia:

$A \cup A = A$

$A \cap A = A$

kommutativitás /felcserélhetőség:

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

asszociativitás / átzárójelezhetőség:

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

ÓBUDAI EGYETEM

Halmazműveletek tulajdonságai

idempotencia:

$A \cup A = A$

$A \cap A = A$

kommutativitás /felcserélhetőség:

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

asszociativitás / átzárójelezhetőség:

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

disztributivitás:

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

Halmazműveletek tulajdonságai

Legyen A és B ugyanazon H alaphalmaz két tetszőleges részhalmaza. ebben az esetben érvényesek a következő egyenlőségek.

Halmazműveletek tulajdonságai

Legyen A és B ugyanazon H alaphalmaz két tetszőleges részhalmaza. ebben az esetben érvényesek a következő egyenlőségek.

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

Halmazműveletek tulajdonságai

Legyen A és B ugyanazon H alaphalmaz két tetszőleges részhalmaza. ebben az esetben érvényesek a következő egyenlőségek.

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

$A \cup H = H$

$A \cap H = A$ ha $A \subset H$

ÓBUDAI EGYETEM

Halmazműveletek tulajdonságai

Legyen A és B ugyanazon H alaphalmaz két tetszőleges részhalmaza. ebben az esetben érvényesek a következő egyenlőségek.

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

$A \cup H = H$

$A \cap H = A$ ha $A \subset H$

$A \cup \overline{A} = H$

$A \cap A = \emptyset$ ha $A \subset H$.

de Morgan-képletek: ,

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

ÓBUDAI EGYETEM

Halmazműveletek tulajdonságai

Legyen A és B ugyanazon H alaphalmaz két tetszőleges részhalmaza. ebben az esetben érvényesek a következő egyenlőségek.

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

$A \cup H = H$

$A \cap H = A$ ha $A \subset H$

$A \cup \overline{A} = H$

$A \cap A = \emptyset$ ha $A \subset H$.

de Morgan-képletek: ,

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Számelmélet

Digitális technika
2015/2016

Számrendszerek

- **Tízes számrendszer**
  - A legelterjedtebb, a mindennapos életben használt számrendszer
  - Alapszáma a 10
  - A valós számokat a 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 karakterekkel ábrázoljuk
  - Pl:
    - $7890 = 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0$
    - $543,21 = 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}$

Számrendszerek

- **Kettes (bináris) számrendszer**
  - Alapszáma a 2
  - A legkisebb egész helyi értéke az 1
  - A valós számokat a 0 és 1 karakterekkel ábrázoljuk
  - Pl:
    - $1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 13$
    - $1101_2 =$ 1101b

Számrendszerek

- **Nyolcas (oktális) számrendszer**
  - Alapszáma a 8
  - A kettes számrendszer „rövidített” formájaként használjuk
  - A valós számokat a 0,1,2,3,4,5,6,7 karakterekkel ábrázoljuk
  - Pl:
    - $2416_8 = 010\ 100\ 001\ 110_2 = 2 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 1294$
    - C programozási nyelvben: 02416 $\rightarrow$ 2416_8

Számrendszerek

- **Tizenhatos (hexadecimális) számrendszer**
  - Alapszáma a 16
  - A kettes számrendszer „rövidített” formájaként használjuk
  - A valós számokat a 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F karakterekkel ábrázoljuk
  - Pl:
    - $5E0_{16} = 0011\ 1110\ 0000_2 = 5\cdot16^2+14\cdot16^1+0\cdot16^0 = 2416_8 = 1294$
    - C programozási nyelvben: 0x5E0
    - Egyéb jelölés: 5E0h

Számrendszerek

Decimális (10)	Bináris (2)	Oktális (8)	Hexadecimális (16)
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Átváltás

723	:2

Átváltás

723	:2	1
361		

Átváltás

723	:2	1
361	:2	1
180	:2	0
90	:2	0
45	:2	1
22	:2	0
11	:2	1
5	:2	1
2	:2	0
1	:2	1
0	:2	

ÓBUDAI EGYETEM

Átváltás

723	:2	1
361	:2	1
180	:2	0
90	:2	0
45	:2	1
22	:2	0
11	:2	1
5	:2	1
2	:2	0
1	:2	1
0	:2	

ÓBUDAI EGYETEM

Prefixumok

- SI szimbólumok

Név	Szimbólum	Érték	16-os alappal	10-es alappal
kilo	K	2^{10} = 1 024	$16^{2,5}$	>= 10^3
mega	M	2^{20} = 1 048 576	16^5	>= 10^6
giga	G	2^{30} = 1 073 741 824	$16^{7,5}$	>= 10^9
tera	T	2^{40} = 1 099 511 627 776	16^{10}	>= 10^{12}
peta	P	2^{50} = 1 125 899 906 842 624	$16^{12,5}$	>= 10^{15}
exa	E	2^{60} = 1 152 921 504 606 846 976	16^{15}	>= 10^{18}
zetta	Z	2^{70} = 1 180 591 620 717 411 303 424	$16^{17,5}$	>= 10^{21}
yotta	Y	2^{80} = 1 208 925 819 614 629 174 706 176	16^{20}	>= 10^{24}

- Pl:
  - 25 KW = $25 \cdot 10^3$ = 25 000 W (Watt)

Prefixumok

Néhány kettő hatvány értéket a gyakorlatban rövidítve is használunk

IEC szabvány

Név	Szimbólum		Érték
kibi-	Ki	binary kilo	2^{10} = 1 024
mebi-	Mi	binary mega	2^{20} = 1 048 576
gibi-	Gi	binary giga	2^{30} = 1 073 741 824
tebi-	Ti	binary tera	2^{40} = 1 099 511 627 776
pebi-	Pi	binary peta	2^{50} = 1 125 899 906 842 624
exbi-	Ei	binary exa	2^{60} = 1 152 921 504 606 846 976

Pl:

4 Gbyte = $4 \cdot 2^{30} = 2^{2} \cdot 2^{30} = 2^{32}$ = 4 294 967 296 Byte

Számkódok

Binárisan kódolt decimális számok (BCD)

A decimális szám minden helyiérték együtthatóját kettes számrendszerben fejezzük ki négy helyi értéken.

Pl:

$$7890 = (0111\ 1000\ 1001\ 0000)_{BCD}$$

7 8 9 0

Decimális	D	C	B	A
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1

Számkódok

Egylépéses kódok

A szomszédos kódszavak a lehető legkevésbé, vagyis 1 helyiértéken térnek csak el egymástól

Hibavédelem

Számkódok

Egylépéses kódok – Gray kód

Decimális	D	C	B	A
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	0	1	0
4	0	1	1	0
5	0	1	1	1
6	0	1	0	1
7	0	1	0	0
8	1	1	0	0
9	1	1	0	1

ÓBUDAI EGYETEM

Számkódok

Egylépéses kódok – Johnson

Decimális	E	D	C	B	A
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	0
7	1	1	1	0	0
8	**1**	**1**	0	0	0
9	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**

ÓBUDAI EGYETEM

Számkódok

– **Alfanumerikus kódok**
  - betűk, írásjelek és számok, (karakterek) bináris kódolását valósítják meg
  - Pl: ASCII kód
    - 26 db latin nagybetű (41H…5AH)
    - 26 db latin kisbetű (61H…7AH)
    - 33 db írásjel, matematikai jel, speciális karakter (20H…2FH, 3AH…40H, 58H…60H, 78H…7EH)
    - 33db vezérlő karakter (00H…1FH és 7FH.)
      - » adatforgalom szervezésére, az írógép-nyomtató vezérlésére (pl.: CR=kocsi vissza, LF=soremelés,…), ill. a megelőző karakter törlésére (DEL) stb. szolgálnak

Számkódok

Alfanumerikus kódok (ASCII)

Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char
0	00	Null	32	20	Space	64	40	@	96	60	`
1	01	Start of heading	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	02	Start of text	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	03	End of text	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	04	End of transmit	36	24	$	68	44	D	100	64	d
5	05	Enquiry	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	06	Acknowledge	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	07	Audible bell	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	08	Backspace	40	28	(	72	48	H	104	68	h
9	09	Horizontal tab	41	29	)	73	49	I	105	69	i
10	0A	Line feed	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	0B	Vertical tab	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	0C	Form feed	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	0D	Carriage return	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	0E	Shift out	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	0F	Shift in	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	Data link escape	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	Device control 1	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	Device control 2	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	Device control 3	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	Device control 4	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	Neg. acknowledge	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	Synchronous idle	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	End trans. block	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	Cancel	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	End of medium	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	Substitution	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	Escape	59	3B	;	91	5B	[	123	7B	{
28	1C	File separator	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	|
29	1D	Group separator	61	3D	=	93	5D	]	125	7D	}
30	1E	Record separator	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	Unit separator	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	□

A jel

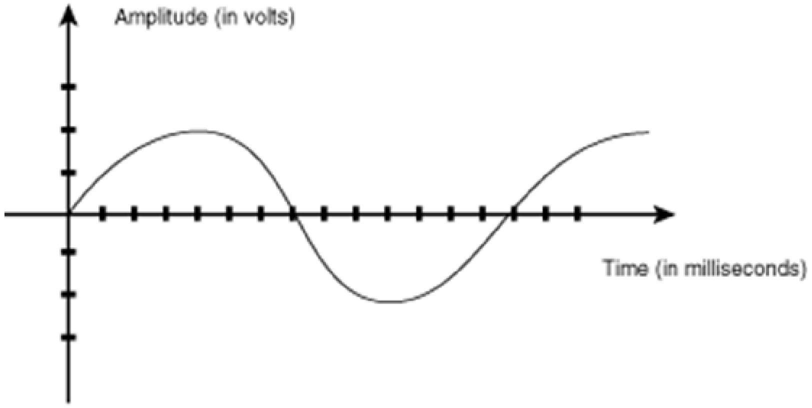
A jel valamely fizikai mennyiség értéke vagy értékváltozása amely információ megjelenítésére továbbítására vagy tárolására alkalmas.

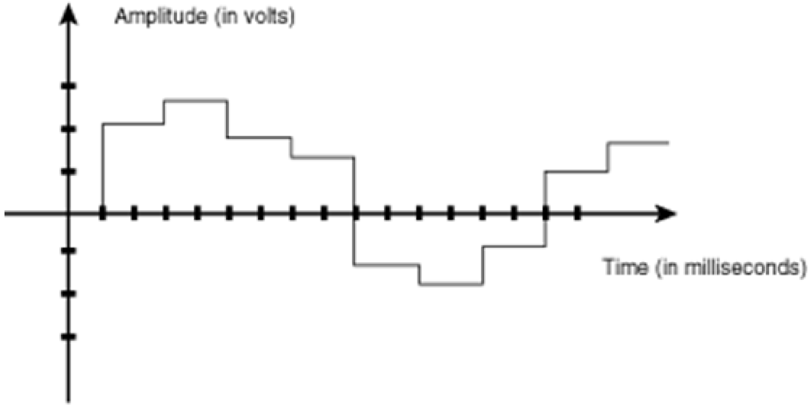
A jel

A gyakorlatban a jeleket villamos mennyiséggé alakítjuk.

- Feszültség (ritkábban áram)
- Ez a feszültség más fizikai mennyiséget reprezentálhat
- Szenzorok – jelátalakítók (pl: nyomás → feszültség)

A jel fajtái


Amplitude (in volts)
Time (in milliseconds)


Amplitude (in volts)
Time (in milliseconds)

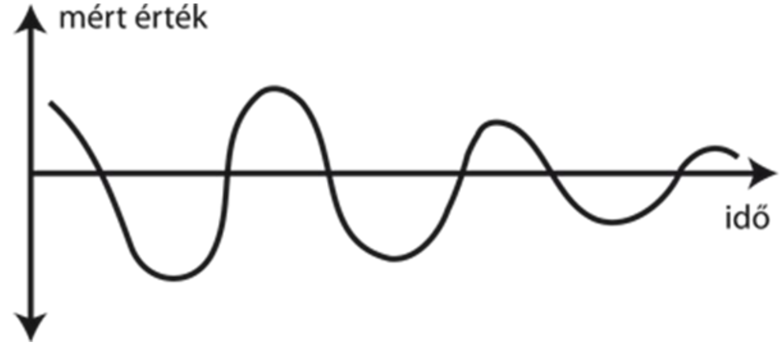
A jel fajtái

Analóg jel:

Időbeli lefolyása általában folytonos függvénnyel ábrázolható

Pl:

mikrofonnal (elektroakusztikus átalakító) előállított villamos jel (feszültség)



ÓBUDAI EGYETEM

A jel fajtái

Analóg rendszer:

- Folytonos
- Pontosságot az elemek pontossága határozza meg
- Párhuzamos üzem
- Olcsó üzemeltetés
- Ember-gép kapcsolat jó
- „Real-time” üzem
- Logikai műveletek nehezen végezhetőek el
- Jeltárolás bonyolult

A jel fajtái

Digitális jel:

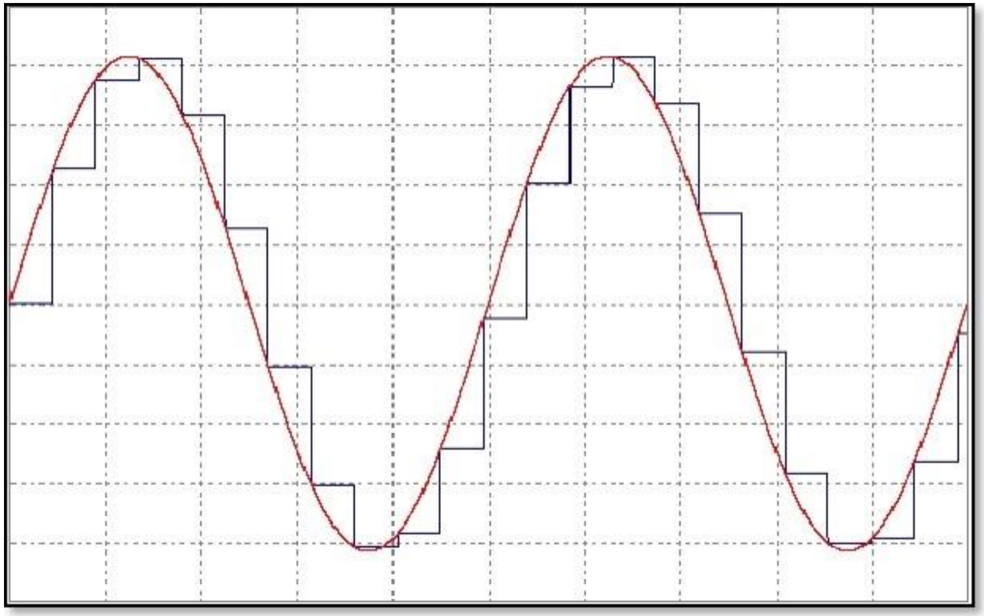
- ❖ Az információt diszkrét jelképekben tartalmazó jel

Pl. számként kódolt formában

- ❖ Digitális rendszerekben időben és értékkészletben is kvantált jelek

A jel fajtái

Digitális jel:



A jel fajtái

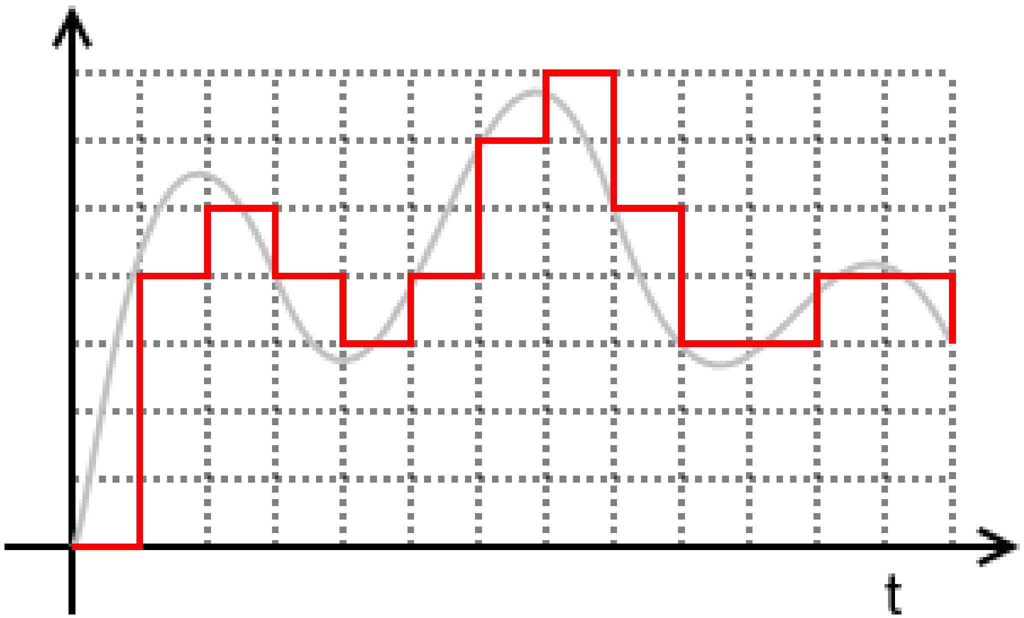
Digitális rendszer

- ❖ Diszkrét
- ❖ Pontosságot az elemek száma határozza meg
- ❖ Soros üzem
- ❖ Drága üzemeltetés
- ❖ Ember-gép kapcsolat nem jó
- ❖ Lassú, numerikus approximáció elvét alkalmazza
- ❖ Nagy lépésköz – instabilitás
- ❖ Logikai műveletek elvégzése egyszerű
- ❖ Jeltárolás egyszerűen végezhető el

A jel fajtái

Digitális jel: Példa

- Minta Bináris kód
- 0 000
- 4 100
- 5 101
- 4 100
- 3 011
- 4 100
- 6 110
- 7 111
- 5 101
- 3 011
- 3 011
- 4 100
- 4 100



ÓBUDAI EGYETEM

Áramkörök fajtái

Analóg áramkörök

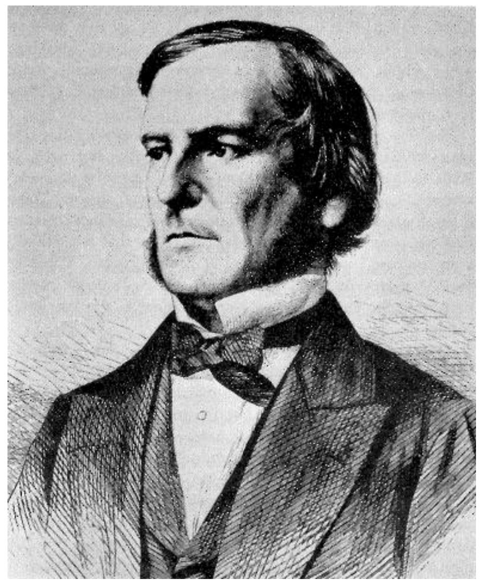
- A be- és kimeneti mennyiségek folytonosak
- Fokozott zajérzékenység
- Alkalmas folytonos jelek közvetlen feldolgozására

Áramkörök fajtái

Digitális áramkörök

- A be- és kimeneti feszültségek csak diszkrét értékeket vehetnek fel
- Adott mértékig érzéketlen a zajokra
- Digitális jelekkel végez műveleteket
- Üzembiztosabb működés

Boole - algebra



George Boole
1815 - 1864

A Boole-algebra alapjai

Formális logika

- Kialakulása: ókori Görögország
- Az emberi gondolkodás szabályainak keresése és megfogalmazása

A Boole-algebra alapjai

- Formális logika
  - Kialakulása: ókori Görögország
  - Az emberi gondolkodás szabályainak keresése és megfogalmazása
    - Ismeretek feldolgozása, értelmezése
    - **Állítások** (premisszák) összekapcsolása
    - **Következtetések** (konklúziók) létrehozására

A Boole-algebra alapjai

Egyszerűsítések

- Egy állítás vagy IGAZ vagy HAMIS
- Egy esemény bekövetkezik vagy nem

A Boole-algebra alapjai

Egyszerűsítések

- Egy állítás vagy IGAZ vagy HAMIS
- Egy esemény bekövetkezik vagy nem
- Logikai változóként kezelhetjük, amely két értéket vehet fel
- A logikai változók bináris számrendszerben jól szimbolizálhatók

A Boole-algebra alapjai

Egyszerűsítések

- ❖Egy állítás vagy IGAZ vagy HAMIS
- ❖Egy esemény bekövetkezik vagy nem
- ❖Logikai változóként kezelhetjük, amely két értéket vehet fel
- ❖A logikai változók bináris számrendszerben jól szimbolizálhatók

IGAZ	HAMIS
TRUE	FALSE
HIGH	LOW
1	0

A Boole-algebra alapjai

George Boole és Augustus De Morgan nevéhez fűződik

- Halmazelméleti tárgyalási mód, amelyben az elemek száma kettő (hamis és igaz)
- Az elemek jelölésére használt 0 és 1 nem számjegyek, hanem szimbólumok, amihez a hamis és igaz értéket rendeljük

A Boole-algebra alapjai

- Az algebra **kétértékű** elemek halmazára értelmezett.

A Boole-algebra alapjai

- Az algebra kétértékű elemek halmazára értelmezett.
- A halmaz minden elemének létezik a **komplemense** is, amely ugyancsak eleme a halmaznak.

A Boole-algebra alapjai

- Az algebra kétértékű elemek halmazára értelmezett.
- A halmaz minden elemének létezik a komplemens -e is, amely ugyancsak eleme a halmaznak.
- **Az elemek között végezhető műveletek a**
  - **Konjunkció – metszet (logikai ÉS), illetve a**
  - **Diszjunkció – Unió (logkai VAGY).**
  - **Komplementer képzés - TAGADÁS (NEM) is szerepel.**

A Boole-algebra alapjai

- Az algebra kétértékű elemek halmazára értelmezett.
- A halmaz minden elemének létezik a komplemens -e is, amely ugyancsak eleme a halmaznak.
- Az elemek között végezhető műveletek a
  - Konjunkció – metszet (logikai ÉS), illetve a
  - Diszjunkció – Unió (logkai VAGY).
  - Komplementer képzés - TAGADÁS (NEM) is szerepel.
- **A logikai műveletek:**
  - **Kommutatívak (a tényezők felcserélhetők),**
  - **Asszociatívak (a tényezők csoportosíthatók),**
  - **Disztributívak (a két művelet elvégzésének sorrendje felcserélhető)**

A Boole-algebra alapjai

- Az algebra kétértékű elemek halmazára értelmezett.
- A halmaz minden elemének létezik a komplemense is, amely ugyancsak eleme a halmaznak.
- Az elemek között végezhető műveletek a
  - Konjunkció – metszet (logikai ÉS), illetve a
  - Diszjunkció – Unió (logkai VAGY).
  - Komplementer képzés - TAGADÁS (NEM) is szerepel.
- A logikai műveletek:
  - Kommutatívak (a tényezők felcserélhetők),
  - Asszociatívak (a tényezők csoportosíthatók),
  - Disztributívak (a két művelet elvégzésének sorrendje felcserélhető).
- **A halmaz kitüntetett elemei**
  - **az egység elem (értéke a halmazon belül mindig IGAZ), és a**
  - **Nulla elem (értéke a halmazon belül mindig HAMIS).**

A Boole-algebra alapműveletei

- „ÉS” művelet, logikai szorzás / Metszet
- „VAGY” művelet, logikai összeadás / Unió
- „Tagadás” művelet, negálás inverz/ komplementer

A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

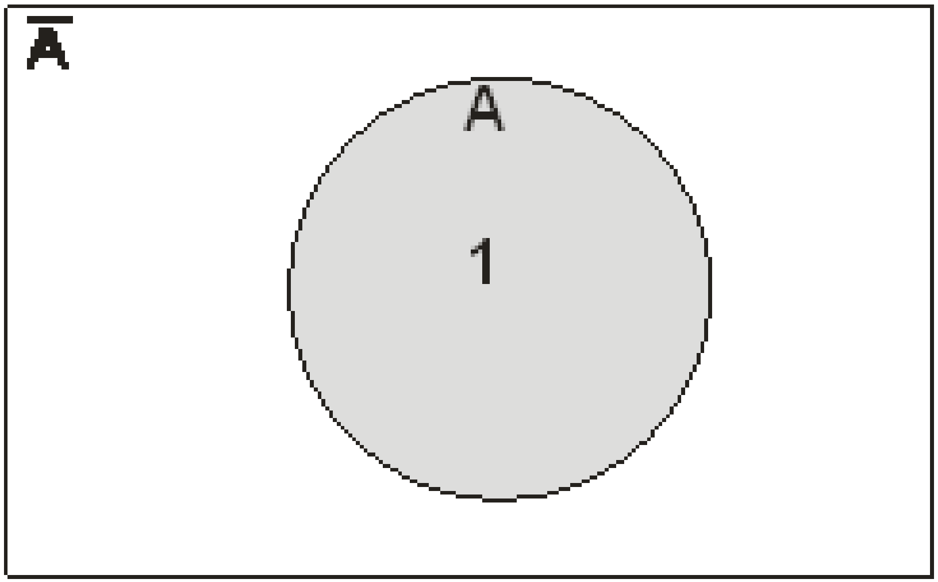
- **Algebrai alak**
  - Egyenlőség formájában adjuk meg a mennyiség logikai értékét

$$Y = A+B$$

A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

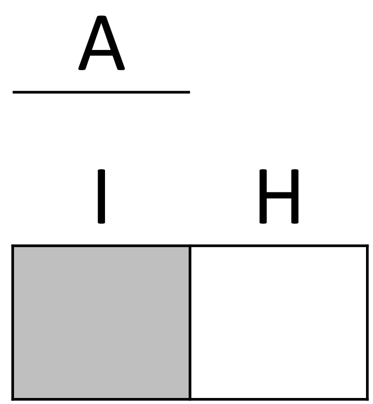
- Grafikus alak
  - Euler-kör,



A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

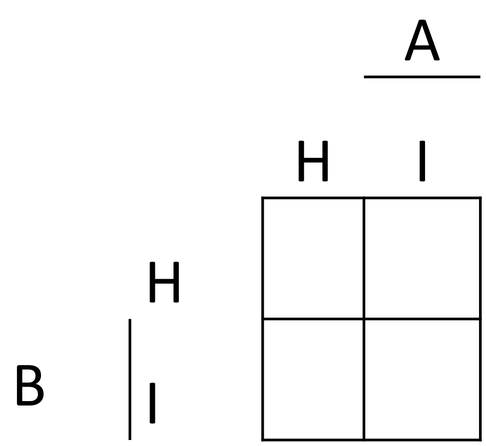
- Grafikus alak
  - Veitch-diagram



A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

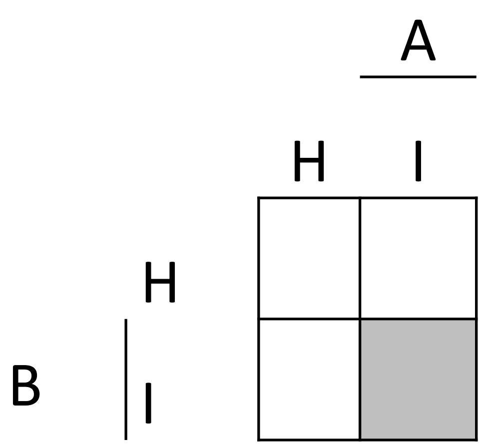
- Grafikus alak
  - Veitch-diagram



A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- Grafikus alak
  - Veitch-diagram

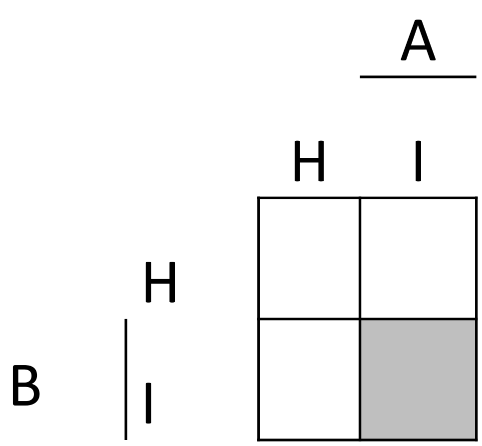


METSZET
minterm

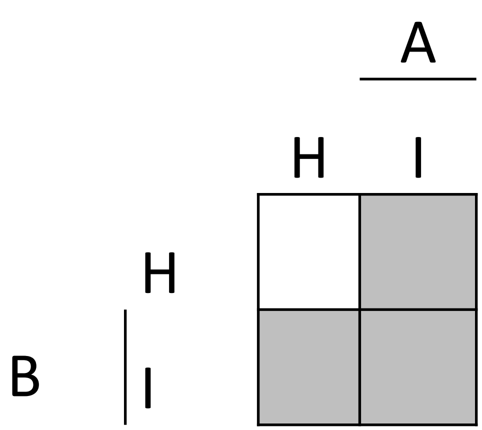
A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- Grafikus alak
  - Veitch-diagram



METSZET
minterm

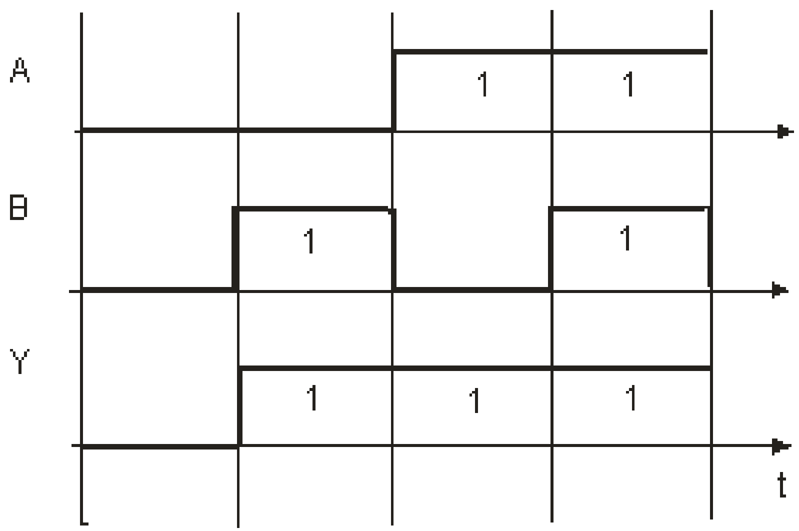


UNIÓ
maxterm

A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- Idődiagram
  - A logikai változó értéke grafikusan ábrázolva az idő függvényében



A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- Igazságtáblázat
  - A változók táblázatba rendezve, azok minden érték kombinációja szerepel

A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- ❖Igazságtáblázat
  - ❖A változók táblázatba rendezve, azok minden érték kombinációja szerepel
  - ❖OSZLOPOK:
    - ❖Ahány változó
    - ❖Balra független változók
    - ❖Jobbra függő változók

A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- ❖Igazságtáblázat
  - ❖A változók táblázatba rendezve, azok minden érték kombinációja szerepel
  - ❖OSZLOPOK:
    - ❖Ahány változó
    - ❖Balra független változók
    - ❖Jobbra függő változók
  - ❖SOROK:
    - ❖Független változók száma n
    - ❖Sorok száma : 2^n

A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- Igazságtáblázat

B	A	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- Igazságtáblázat

B	A	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

ÉS

A Boole-algebra alapjai

ÓBUDAI EGYETEM

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- Igazságtáblázat

VAGY

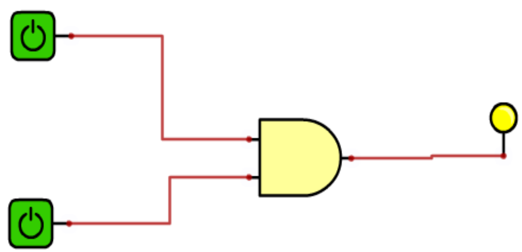
B	A	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

ÉS

A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- ❖Szimbolikus jelek
  - ❖A változók kapcsolatainak szimbólumok felelnek meg (kapcsolási rajz)



A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- Utasításslista
  - A változók közötti kapcsolatot utasításokkal fogalmazzuk meg (Assembly, VHDL)

Y <= A and B

A Boole-algebra alapjai

A logikai mennyiségek leírásának módjai

- ❖Algebrai alak
  - ❖ Egyenlőség formájában adjuk meg a mennyiség logikai értékét
- ❖Grafikus alak
  - ❖ Euler-kör, Veitch-diagram
- ❖Idődiagram
  - ❖ A logikai változó értéke grafikusan ábrázolva az idő függvényében
- ❖Igazságtáblázat
  - ❖ A változók táblázatba rendezve, azok minden érték kombinációja szerepel
- ❖Szimbolikus jelek
  - ❖ A változók kapcsolatainak szimbólumok felelnek meg (kapcsolási rajz)
- ❖Utasításlista
  - ❖ A változók közötti kapcsolatot utasításokkal fogalmazzuk meg (Assembly, VHDL)

A logikai KAPU

megfogalmazás

Algebrai alak:

Igazságtáblázat:

Veitch-diagram:

Szimbolikus jelképek:

Utasításlista:
(VHDL)

Idődiagram:

A logikai ÉS/AND kapcsolat

- Minden állításnak igaznak kell lennie ahhoz, hogy a következtetés is igaz legyen
- Másként fogalmazva
  - az egyik ÉS a másik ÉS az n.-edik állításnak is igaznak kell lennie, hogy a következtetés is igaz legyen
- Pl:
  - Ha Dénes és Sándor egy napon születtek **és** azonosak a szüleik, akkor Dénes és Sándor ikrek

Igazságtáblázat:

B	A	Y = AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ÓBUDAI EGYETEM

ÓBUDAI EGYETEM

A logikai ÉS/AND kapcsolat

- Minden állításnak igaznak kell lennie ahhoz, hogy a következtetés is igaz legyen
- Másként fogalmazva
  - az egyik ÉS a másik ÉS az n.-edik állításnak is igaznak kell lennie, hogy a következtetés is igaz legyen
- Pl:
  - Ha Dénes és Sándor egy napon születtek **és** azonosak a szüleik, akkor Dénes és Sándor ikrek

Algebrai alak:

Y = A·B = AB = A && B

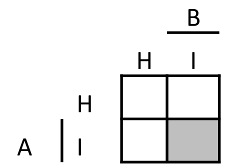
Utasításlista:
(VHDL)

```
Y <= A and B
```

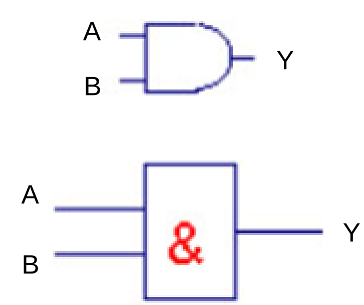
Igazságtáblázat:

B	A	Y = AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

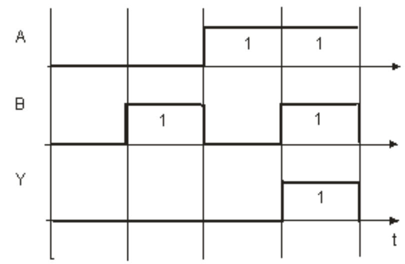
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



Idődiagram:



Logikai VAGY/OR kapcsolat

- Legalább egy állításnak igaznak kell lennie ahhoz, hogy a következtetés is igaz legyen.
- Másként fogalmazva
  - VAGY az 1, 2 VAGY az n-edik állításnak igaznak kell lennie, hogy a következtetés is igaz legyen.
- Pl:
  - Ha Judit és Sándor apja vagy anyja azonos, akkor Judit és Sándor testvérek

Igazságtáblázat:

B	A	Y = A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Logikai VAGY/OR kapcsolat

- Legalább egy állításnak igaznak kell lennie ahhoz, hogy a következtetés is igaz legyen.
- Másként fogalmazva
  - VAGY az 1, 2 VAGY az n-edik állításnak igaznak kell lennie, hogy a következtetés is igaz legyen.
- Pl:
  - Ha Judit és Sándor apja vagy anyja azonos, akkor Judit és Sándor testvérek

Algebrai alak:

Y = A+B = A || B

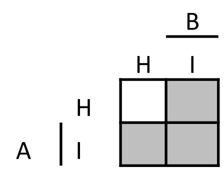
Utasításlista:
(VHDL)

```
Y <= A or B
```

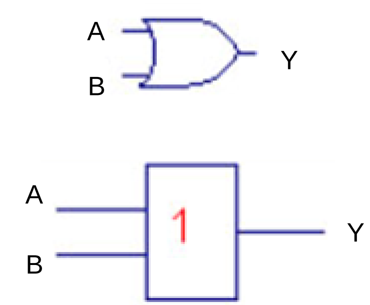
Igazságtáblázat:

B	A	Y = A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

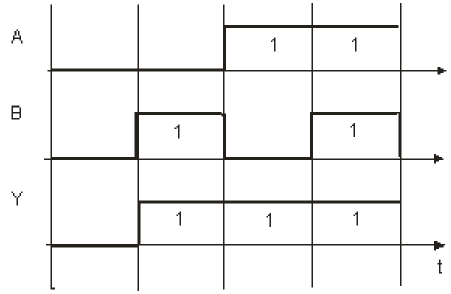
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



Idődiagram:



A logikai NEM / NOT

- Ha egy állítás igaz, akkor a következtetés hamis,
- Másként fogalmazva
  - Ha egy állítás hamis, akkor a következtetés igaz.
- Pl:
  - Ha holnap esik az eső, akkor nem megyünk kirándulni

Igazságtáblázat:

A	$Y = \overline{A}$
0	1
1	0

ÓBUDAI EGYETEM

A logikai NEM/NOT

- Ha egy állítás igaz, akkor a következtetés hamis,
- Másként fogalmazva
  - Ha egy állítás hamis, akkor a következtetés igaz.
- Pl:
  - Ha holnap esik az eső, akkor nem megyünk kirándulni

Algebrai alak:

$$Y = \overline{A} = !A$$

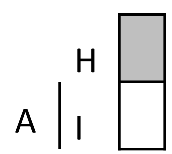
Utasításlista:
(VHDL)

```
Y <= not A
```

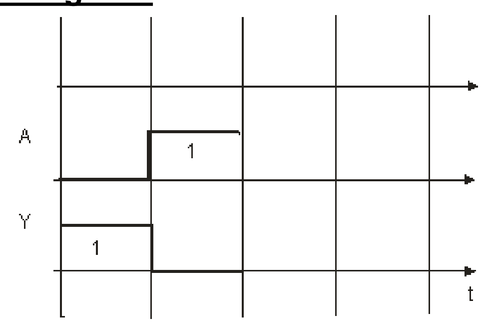
Igazságtáblázat:

A	$Y = \overline{A}$
0	1
1	0

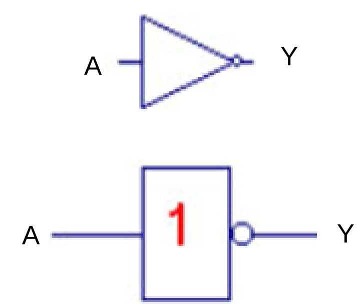
Veitch-diagram:



Idődiagram:



Szimbolikus jelképek:



A logikai NEGÁLT ÉS/NAND

- Ha egy állítás igaz és a másik hamis, akkor a következtetés igaz
- Ha mindkét állítás igaz, akkor a következtetés hamis

Igazságtáblázat:

B	A	Y = A nand B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

ÓBUDAI EGYETEM

A logikai NEGÁLT ÉS/NAND

- Ha egy állítás igaz és a másik hamis, akkor a következtetés igaz
- Ha mindkét állítás igaz, akkor a következtetés hamis

Algebrai alak:

$$Y = \overline{A \cdot B} = \overline{A \cdot B}$$

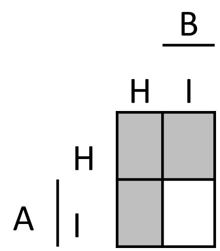
Utasításlista:
(VHDL)

Y <= A NAND B

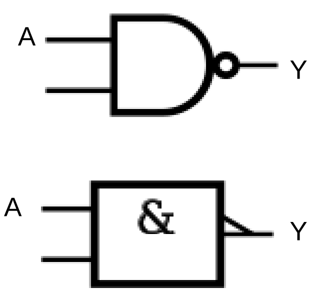
Igazságtáblázat:

B	A	Y = A nand B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

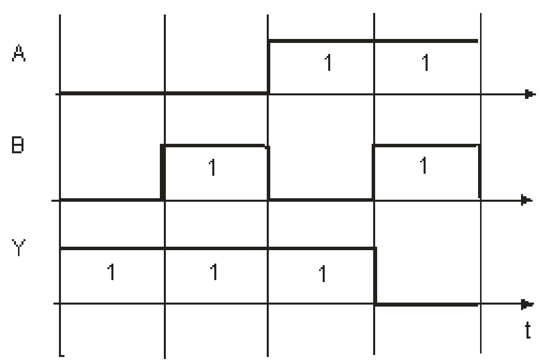
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



Idődiagram:



ÓBUDAI EGYETEM

A logikai NOR /Negált Vagy

- Ha mindkét állítás hamis, akkor a következtetés igaz,

Igazságtáblázat:

B	A	Y = A nor B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

A logikai NOR /Negált Vagy

- Ha mindkét állítás hamis, akkor a következtetés igaz,

Algebrai alak:

$$Y = \overline{A + B}$$

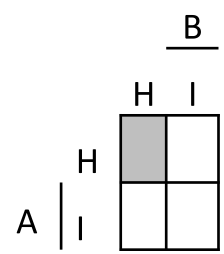
Utasításlista:
(VHDL)

Y <= A nor B

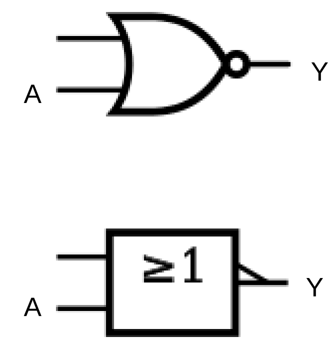
Igazságtáblázat:

B	A	Y = A nor B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

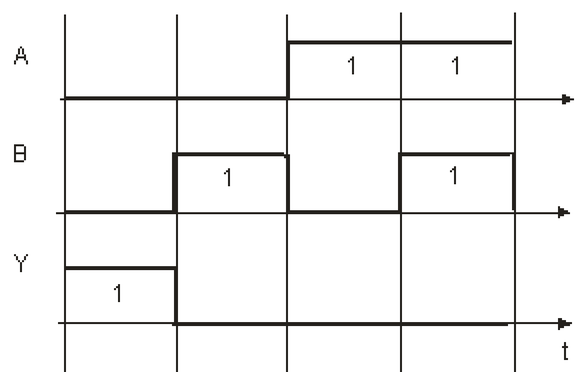
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



Idődiagram:



ÓBUDAI EGYETEM

A logikai XOR (kizáró vagy, antivalencia)

- Ha mindkét állítás igaz vagy hamis akkor a következtetés hamis

Igazságtáblázat:

B	A	Y =
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A logikai XOR (kizáró vagy, antivalencia)

- Ha mindkét állítás igaz vagy hamis akkor a következtetés hamis

Algebrai alak:

$$Y = A \oplus B$$

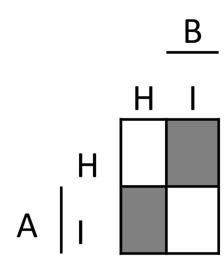
Utasításlista:
(VHDL)

```
A xor B
```

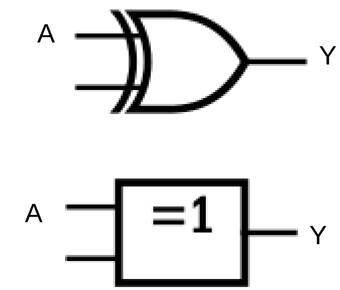
Igazságtáblázat:

B	A	Y =
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

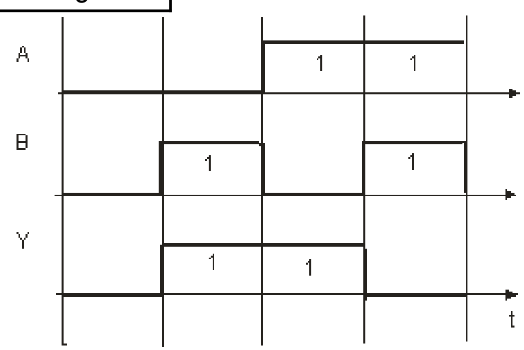
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



Idődiagram:



A logikai XNOR
negált kizáró vagy, ekvivalencia

- Ha mindkét állítás igaz vagy hamis, akkor a következtetés igaz

Igazságtáblázat:

B	A	Y =
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A logikai XNOR negált kizáró vagy, ekvivalencia

- Ha mindkét állítás igaz vagy hamis, akkor a következtetés igaz

Algebrai alak:

$$Y = \overline{A \oplus B}$$

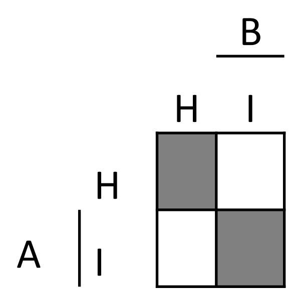
Utasításlista:
(VHDL)

Y <= A xnor B

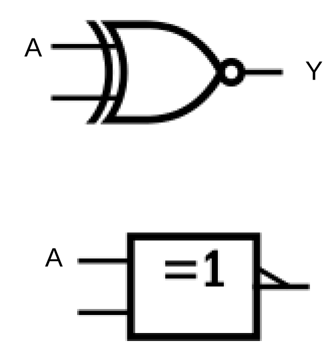
Igazságtáblázat:

B	A	Y =
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

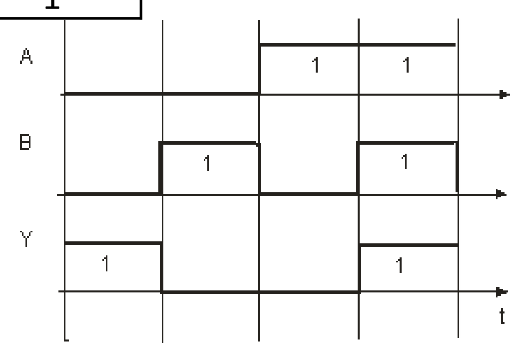
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



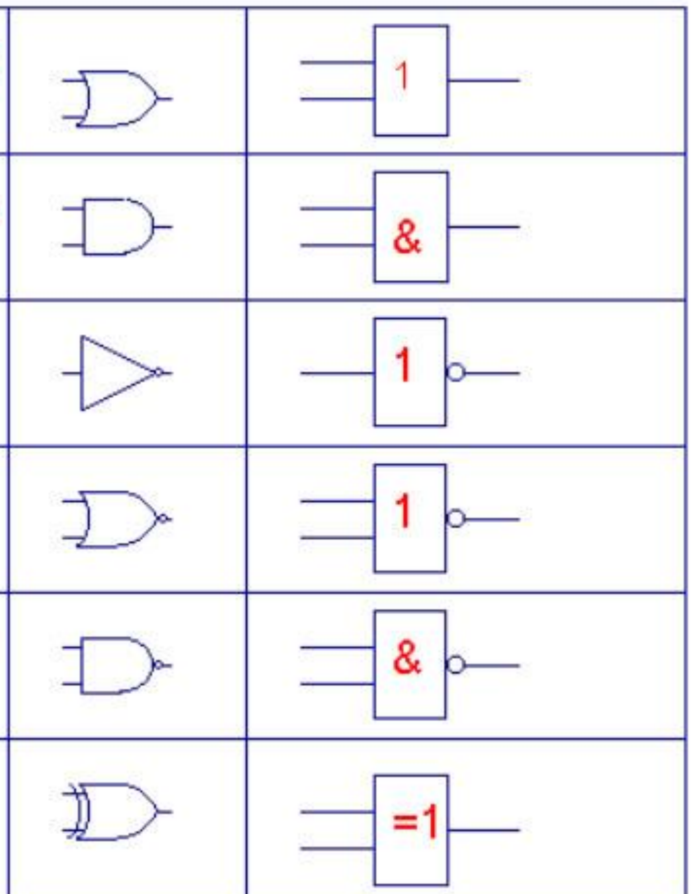
Idődiagram:



ÓBUDAI EGYETEM

A logikai kapuk jelölései

	VHDL operátor
VAGY (OR)	Y <= A or B
ÉS (AND)	Y <= A and B
Inverter	Y <= not A
NOR	Y <= A nor B
NAND	Y <= A nand B
EXOR	Y <= A xor B



Az igazságtábla

C	B	A	Y
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Az igazságtábla

BEÁLLÍTOTT

C	B	A	Y
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Az igazságtábla

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Y MÉRT

Az igazságtábla

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Y MÉRT

HOGYAN TUDOM FELÍRNI A RENDSZERT LEÍRÓ FÜGGVÉNYT?

Az igazságtábla

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1

ÓBUDAI EGYETEM

Az igazságtábla

❖ Soronként

$$Y1 = A\overline{BC}$$

$$Y2 = \overline{A}B\overline{C}$$

$$Y3 = AB\overline{C}$$

$$Y4 = \overline{A}BC$$

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis tagadott

Az igazságtábla

- Soronként

$Y1 = A\overline{B}\overline{C}$

$Y2 = \overline{A}B\overline{C}$

$Y3 = AB\overline{C}$

$Y4 = \overline{A}BC$

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$Y = A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} + \overline{A}BC$$

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Az igazságtábla

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

A konjunkt - alakú függvény felírása

ÓBUDAI EGYETEM

Az igazságtábla

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0

Az igazságtábla

❖ Soronként

$\overline{Y1} = \overline{ABC}$

$\overline{Y2} = \overline{AB}C$

$\overline{Y3} = A\overline{B}C$

$\overline{Y4} = ABC$

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0

Az előző szabályt alkalmazva

Az igazságtábla

- Soronként

$$\overline{Y1} = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$$

$$\overline{Y2} = \overline{A}\,\overline{B}C$$

$$\overline{Y3} = A\overline{B}C$$

$$\overline{Y4} = ABC$$

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
			0

$$\overline{Y} = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + A\overline{B}C + ABC$$

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0

Az előző szabályt alkalmazva

ÓBUDAI EGYETEM

Az igazságtábla

- Soronként

  $\overline{Y1} = \overline{ABC}$

  $\overline{Y2} = \overline{AB}C$

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	1	1	1
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0

Komplementer kell!

$$\overline{Y} = \overline{ABC} + \overline{AB}C + A\overline{B}C + ABC$$

Az igazságtábla

❖ Soronként

$\overline{Y1} = \overline{A}\overline{B}\overline{C}$

$\overline{Y2} = \overline{A}\overline{B}C$

$\overline{Y3} = A\overline{B}C$

$\overline{Y4} = ABC$

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
			0
			0
			1
			0

$$\overline{Y} = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + A\overline{B}C + ABC$$

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0

Az előző szabályt alkalmazva

Az igazságtábla

- Soronként

$$\overline{Y4} = \overline{ABC}$$

$$\overline{Y2} = \overline{AB}C$$

$$\overline{Y3} = A\overline{B}C$$

$$\overline{Y}4 = ABC$$

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
			0
			0
			1
			0

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0

Az előző szabályt alkalmazva

$$\overline{Y} = \overline{ABC} + \overline{AB}C + A\overline{B}C + ABC$$

$$\overline{\overline{Y} = \overline{ABC} + \overline{AB}C + A\overline{B}\,C + ABC}$$

Az igazságtábla

❖ Soronként

$$\overline{Y4} = \overline{ABC}$$

$$\overline{Y2} = \overline{AB}C$$

$$\overline{Y3} = A\overline{B}C$$

$$\overline{Y}4 = ABC$$

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
			0
			0
			1
			0

$$\overline{Y} = \overline{ABC} + \overline{AB}C + A\overline{B}C + ABC$$

$$\overline{\overline{Y} = \overline{ABC} + \overline{AB}C + A\overline{B}\,C + ABC}$$

$$Y = \left(\overline{\overline{ABC}}\right)\left(\overline{\overline{AB}C}\right)\left(\overline{A\overline{B}C}\right)\left(\overline{ABC}\right)$$

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0

Az előző szabályt alkalmazva

Az igazságtábla

❖ Soronként

$\overline{Y4} = \overline{ABC}$

$\overline{Y2} = \overline{AB}C$

$\overline{Y3} = A\overline{B}C$

$\overline{Y}4 = ABC$

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0
[illegible]	[illegible]	[illegible]	1
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0

Az előző szabályt alkalmazva

$$\overline{Y} = \overline{ABC} + \overline{AB}C + A\overline{B}C + ABC$$

$$\overline{\overline{Y} = \overline{ABC} + \overline{AB}C + A\overline{B}\,C + ABC}$$

$$Y = \left(\overline{\overline{ABC}}\right)\left(\overline{\overline{AB}C}\right)\left(\overline{A\overline{B}C}\right)\left(\overline{ABC}\right)$$

$$Y = (A+B+C)(A+B+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

ÓBUDAI EGYETEM

Az igazságtábla

C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket ÉS -sel kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)\left(A + B + \overline{C}\right)\left(\overline{A} + B + \overline{C}\right)\left(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}\right)$$

A Boole-algebra alapjai

- **Alaptételek, műveleti szabályok**
  - Állandókkal végzett műveletek

VAGY művelet:

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 1$$

ÉS művelet:

$$0 \cdot 0 = 0$$
$$0 \cdot 1 = 0$$
$$1 \cdot 0 = 0$$
$$1 \cdot 1 = 1$$

Negálás:

$$\overline{0} = 1$$
$$\overline{1} = 0$$

Kétszeres negálás:

$$\overline{\overline{0}} = 0 \qquad \overline{\overline{1}} = 1 \qquad \overline{\overline{A}} = A$$

A műveleti szabályok

ÓBUDAI EGYETEM

Alaptételek, műveleti szabályok

Állandókkal és változókkal végzett műveletek

$$A + 0 = A$$
$$A + 1 = 1$$
$$A \cdot 0 = 0$$
$$A \cdot 1 = A$$

Együtthatás, ugyanazon változóval végzett műveletek

$$A + \overline{A} = 1$$
$$A \cdot \overline{A} = 0$$
$$A + A = A$$
$$A + A + A + \ldots\ldots + A = A$$
$$A \cdot A = A$$
$$A \cdot A \cdot A \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot A = A$$

Tulajdonságok

- Kommutativitás (felcserélhetőség)

  $A + B = B + A$

  $A \cdot B = B \cdot A$

- Asszociatív tulajdonság (társíthatóság)

  $A + (B + C) = (A + B) + C = (A + C) + B = A + B + C$

  $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C = (A \cdot C) \cdot B = A \cdot B \cdot C$

- Disztributivitás

  $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$

  $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$

A Boole-algebra alapjai

Alaptételek:

- Abszorpciós tétel

$$A + A \cdot B = A$$
$$A \cdot (A + B) = A$$

- De-Morgan tételek
  - Több változó esetén is igaz

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$
$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

ÓBUDAI EGYETEM

A Boole-algebra alapjai

– **Logikai függvények**
  - Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
  - Bal oldalon a független változók
  - A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

ÓBUDAI EGYETEM

A Boole-algebra alapjai

– **Logikai függvények**
  - Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
  - Bal oldalon a független változók
  - A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

A Boole-algebra alapjai

– **Logikai függvények**
  - Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
  - Bal oldalon a független változók
  - A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	$\leftarrow 2^0$
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	$\leftarrow 2^1$
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	$\leftarrow 2^2$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	$\leftarrow 2^3$

A Boole-algebra alapjai

ÓBUDAI EGYETEM

– **Logikai függvények**
  - Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
  - Bal oldalon a független változók
  - A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

$13 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	$\leftarrow 2^0$
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	$\leftarrow 2^1$
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	$\leftarrow 2^2$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	$\leftarrow 2^3$

ÓBUDAI EGYETEM

A Boole-algebra alapjai

– **Logikai függvények**
  - Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
  - Bal oldalon a független változók
  - A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

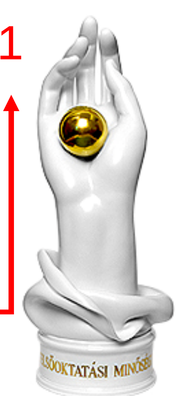
$13 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	$\leftarrow 2^0$
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	$\leftarrow 2^1$
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	$\leftarrow 2^2$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	$\leftarrow 2^3$

0

1

Logikai konstansok



ÓBUDAI EGYETEM

A Boole-algebra alapjai

– **Logikai függvények**
  - Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
  - Bal oldalon a független változók
  - A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

$13 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	$\leftarrow 2^0$
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	$\leftarrow 2^1$
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	$\leftarrow 2^2$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	$\leftarrow 2^3$

0 $\quad \bar{A} \quad$ A $\quad$ 1

Egyargumentumos

Logikai konstansok

A Boole-algebra alapjai

– **Logikai függvények**
- Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
- Bal oldalon a független változók
- A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

$13 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	$\leftarrow 2^0$
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	$\leftarrow 2^1$
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	$\leftarrow 2^2$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	$\leftarrow 2^3$
	0			$\bar{A}$		$\bar{B}$					B		A			1	

Egyargumentumos

Egyargumentumos

Logikai konstansok

A Boole-algebra alapjai

– Logikai függvények

- Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
- Bal oldalon a független változók
- A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

$13 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	$\leftarrow 2^0$
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	$\leftarrow 2^1$
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	$\leftarrow 2^2$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	$\leftarrow 2^3$
	0			$\overline{A}$		$\overline{B}$		$\overline{\text{ÉS}}$	ÉS		B		A			1	

Egyargumentumos

Egyargumentumos

Logikai konstansok

ÓBUDAI EGYETEM

ÓBUDAI EGYETEM

A Boole-algebra alapjai

– **Logikai függvények**

- Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
- Bal oldalon a független változók
- A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

$13 = 1\cdot2^3+1\cdot2^2+0\cdot2^1+1\cdot2^0$

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	$\leftarrow 2^0$
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	$\leftarrow 2^1$
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	$\leftarrow 2^2$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	$\leftarrow 2^3$
	0	$\overline{\text{VAGY}}$		$\bar{A}$		$\bar{B}$		$\overline{\text{ÉS}}$	ÉS		B		A		VAGY	1	

Egyargumentumos

Egyargumentumos

Logikai konstansok

A Boole-algebra alapjai

– **Logikai függvények**

- Kétváltozós logikai függvények táblázatos formában
- Bal oldalon a független változók
- A 16 lehetséges logikai függvény Y_1-Y_{15}-ig

$13 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

AB	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}	
00	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	$\leftarrow 2^0$
01	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	$\leftarrow 2^1$
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	$\leftarrow 2^2$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	$\leftarrow 2^3$

0 $\overline{\text{VAGY}}$ $\bar{A}$ $\bar{B}$ $\overline{\text{ÉS}}$ ÉS B A VAGY 1

Egyargumentumos

Egyargumentumos

Logikai konstansok

A Boole-algebra alapjai

- **Gyakorló feladatok 1.**
  - Halmazok
  - Számrendszerek
  - Boole algebra
    - Alaptételek
    - Műveleti szabályok
    - Logikai kapuk

Ellenőrző Kérdések

Feladatok