ÓBUDAI EGYETEM

2. hét: Kombinációs hálózatok

Steiner Henriette

Egészségügyi mérnök

Digitális technika

2015/2016

Tartalom

- Logikai hálózatok
- Kombinációs hálózatok
    - Megfogalmazása különböző módokon

Logikai hálózat

Digitális technika
2015/2016

Logikai hálózatok

Logikai hálózatnak nevezzük azokat a rendszereket

- melyeknek bemeneti illetve kimeneti jelei **logikai jelek,**
- a kimeneti jeleket a bemeneti jelek függvényében többé-kevésbé bonyolult **logikai műveletsorozat** eredményeként állítják elő.

ÓBUDAI EGYETEM

Logikai hálózat / Kombinációs hálózat

Digitális technika
2015/2016

Logikai hálózatok csoportjai

Kombinációs hálózatok

Kombinációs hálózatoknak nevezzük azokat a logikai hálózatokat, melyeknek kimeneti jelei csak a bemeneti jelek pillanatnyi értékétől függnek

„Emlékezet” nélküli hálózat

Sorrendi hálózatok

Sorrendi (szekvenciális) hálózatoknak nevezzük azokat a logikai hálózatokat, melyek kimeneti jelei nemcsak a pillanatnyi bemeneti jelkombinációtól függnek, hanem attól is, hogy korábban milyen bemeneti jelkombinációk voltak. ***Emlékezettel rendelkező hálózat***

Kombinációs hálózatok

Kombinációs hálózatok

- Tulajdonságok
  - A bemenetek pillanatnyi állapota (a tranziensektől eltekintve egyértelműen meghatározza a kimenetek állapotát, függetlenül attól, hogy korábban milyen bemeneti állapottal vezéreltük a hálózatot
  - A kombinációs hálózatokban minden bemeneti kombináció egyértelműen és kizárólagosan meghatározza a kimeneti kombinációt
  - A kimeneti kombinációból viszont általában nem tudjuk egyértelműen meghatározni az azt előidéző bemeneti kombinációt, mert nem követelmény, hogy különböző bemeneti kombinációk minden esetben más-más kimeneti kombinációt hozzanak létre

A kombinációs hálózatok leírása

Digitális technika
2015/2016

Kombinációs hálózatok leírása

- ***A leírás módjai***
  - Grafikus
  - Nem grafikus

Kombinációs hálózatok leírása

- ***A leírás módjai***
  - Szöveges megfogalmazás
  - Blokk
  - Igazságtáblázat
  - Logikai függvények
  - Logikai kapcsolási rajz
  - Karnaugh tábla

Kombinációs hálózatok leírása

- ***A leírás módjai***
  - Szöveges megfogalmazás,
  - Blokk
  - Igazságtáblázat
  - Logikai függvények,
  - Logikai kapcsolási rajz,
  - Karnaugh tábla,

Példa: Szavazatszámláló

Szöveges leírás

Példa: Szavazatszámláló

- A bizottság 3 tagból áll.
- Többségi szavazással döntenek.
- A szavazás eredménye IGEN, ha legalább 2 tag IGEN-nel szavaz.

Blokk

Példa: Szavazat számláló

A

B

C

Szavazat Számláló

Y

- ❖A B C bírók
- ❖Y eredmény

Igazságtáblázat

Példa: Szavazatszámláló

- **Oszlopok** meghatározása
  - Független változók A, B, C
  - Függő változók Y

C	B	A	Y

Igazságtáblázat

Példa: Szavazatszámláló

A független változók elnevezési sorrendje mindegy.

A jelöléseket konzekvensen használni.

Kiolvasást konzekvensen végezni.

C	B	A	Y

Igazságtáblázat

Példa: Szavazatszámláló

A független változók elnevezési sorrendje mindegy.

A jelöléseket konzekvensen használni.

Kiolvasást konzekvensen végezni.

Legkisebb
helyiérték

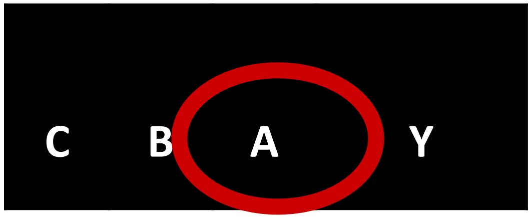
Igazságtáblázat

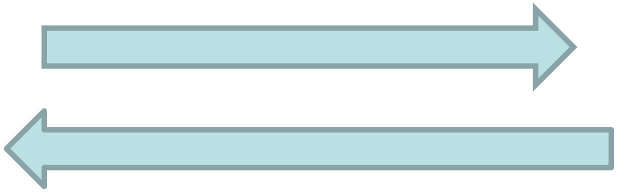
Példa: Szavazatszámláló

A független változók elnevezési sorrendje mindegy.

A jelöléseket konzekvensen használni.

Kiolvasást konzekvensen végezni.





Mindegy a kiolvasás iránya, DE minden sorban UGYANÚGY!

Igazságtáblázat

Példa: Szavazatszámláló

- **Sorok** meghatározása

  $V = 2^n = 2^3 = 8$

  ahol n: független változók száma

i	C	B	A	Y
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

Igazságtáblázat

Példa: Szavazatszámláló

- Minden lehetséges bírói döntés – **Bemenet meghatározás**

Igazságtáblázat

Példa: Szavazatszámláló

- Minden lehetséges bírói döntés
  - Minden bíró nemet mond
  - Minden bíró igent mond
  - Egy bíró mond igent
  - Két bíró mond igent

Igazságtáblázat

Példa: Szavazatszámláló

- Minden lehetséges bírói döntés
  - Minden bíró nemet mond
  - Minden bíró igent mond
  - Egy bíró mond igent
  - Két bíró mond igent

IGEN = 1

NEM = 0

Igazságtáblázat

Példa: Szavazatszámláló

- ❖Minden lehetséges bírói döntés
    - ❖Minden bíró nemet mond
    - ❖Minden bíró igent mond
    - ❖Egy bíró mond igent
    - ❖Két bíró mond igent

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	
1	0	0	1	
2	0	1	0	
3	0	1	1	
4	1	0	0	
5	1	0	1	
6	1	1	0	
7	1	1	1	

IGEN = 1

NEM = 0

Igazságtáblázat

Példa: Szavazatszámláló

- ❖ A kimenet meghatározása
  - ❖Akkor IGEN ha legalább két bíró igent mondott
  - ❖Akkor NEM ha egy bíró mondott igent, vagy egy sem

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Logikai függvények

A logikai függvények olyan matematikai leképezések, melyek a 0 és 1 számokból álló véges sorozatokhoz rendelik a 0 vagy 1 számot.

$$f\colon \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$$

Logikai függvények egyszerűsítése

- Logikai függvények normál (kanonikus) alakjai
  - Diszjunktív normál alak
  - Konjunktív normál alak

Ld az előző előadást!

Logikai függvények

- A szöveges megfogalmazás alapján értéktáblázat készítése

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Logikai függvények

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1

Logikai függvények

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
    Igaz = ponált alak
    Hamis = tagadott alak

Logikai függvények

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott alak

Logikai függvények

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Logikai függvények

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
		0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Logikai függvények

- Soronként

  $Y1 = AB\overline{C}$

  $Y2 = A\overline{B}C$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
3	0	1	1	1
		0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1

ÉS

alak

tt

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Lehet egyszerűsíteni

$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$

Logikai függvények

- A szöveges megfogalmazás alapján értéktáblázat készítése

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Logikai függvények

A konjunkt - alakú függvény felírása

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Logikai függvények

i	C	B	A	Y
0	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**1**	**0**
2	**0**	**1**	**0**	**0**
3	0	1	1	1
4	**1**	**0**	**0**	**0**
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0

Logikai függvények

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

ÓBUDAI EGYETEM

Logikai függvények

- Soronként

$Y1 = A + B + C$

$Y2 = \overline{A} + B + C$

$Y3 = A + \overline{B} + C$

$Y4 = A + B + \overline{C}$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$Y = (A + B + C)(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Logikai függvények

- Soronként

$Y1 = A + B + C$

Y

Y

$Y4 = A + B + C$

i	C	B	A	Y
0	**0**	**0**	**0**	**0**
3	0	1	1	1
4	**1**	**0**	**0**	**0**
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Egyszerűsíteni kell

$$Y = (A + B + C)(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Egyszerűsítés

- Logikai függvények normál (kanonikus) alakjai között fontos

CÉL

- Egyszerűsített függvényalak keresése
  - A hálózat minél egyszerűbb legyen
  - Minél kevesebb kapu
  - Minél kevesebb kapubemenet

Egyszerűsítés

- Logikai függvények normál (kanonikus) alakjai között fontos

MÓDSZER

- Egyszerűsített függvényalak keresése
  - Algebrai módszer
  - Grafikus módszer

Diszjunktív alak egyszerűsítése

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

- Soronként

$$Y1 = AB\overline{C}$$

$$Y2 = A\overline{B}C$$

$$Y3 = \overline{A}BC$$

$$Y4 = ABC$$

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
    Igaz = ponált alak
    Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

Diszjunktív teljes normál alak

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Diszjunktív teljes normál alak

$$Y = \boxed{AB\overline{C}} + \boxed{A\overline{B}C} + \boxed{\overline{A}BC} + \boxed{ABC}$$

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Disztjunktív teljes normál alak

$$Y = \boxed{AB\overline{C}} + \boxed{A\overline{B}C} + \boxed{\overline{A}BC} + \boxed{ABC}$$

Minterm

$$\mathbf{m^n_i}$$

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Disztjunktív teljes normál alak

$$Y = \boxed{AB\overline{C}} + \boxed{A\overline{B}C} + \boxed{\overline{A}BC} + \boxed{ABC}$$

m^3_3 m^3_5 m^3_6 m^3_7

Minterm

m^n_i

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Disztjunktív teljes normál alak

$$Y = \boxed{AB\overline{C}} + \boxed{A\overline{B}C} + \boxed{\overline{A}BC} + \boxed{ABC}$$

$\mathbf{m^3_3}$ $\mathbf{m^3_5}$ $\mathbf{m^3_6}$ $\mathbf{m^3_7}$

Minterm

$$\boldsymbol{Y^3 = \sum(3,5,6,7)}$$

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

Diszjunktív teljes normál alak

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + \boxed{ABC}$$

Diszjunktív teljes normál alak

Disztjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

Disztjunktív teljes normál alak

$$A + A + \cdots + A = A$$

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = AB\overline{C}$$

$$Y2 = A\overline{B}C$$

$$Y3 = \overline{A}BC$$

$$Y4 = ABC$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

Diszjunktív teljes normál alak

$$Y = \left(AB\overline{C} + ABC\right) + \left(A\overline{B}C + ABC\right) + \left(\overline{A}BC + ABC\right)$$

$$A + A + \cdots + A = A$$

$$ABC + ABC = ABC$$

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = AB\overline{C}$$

$$Y2 = A\overline{B}C$$

$$Y3 = \overline{A}BC$$

$$Y4 = ABC$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

Diszjunktív teljes normál alak

$$A + A + \cdots + A = A$$

$$ABC + ABC = ABC$$

$$Y = \left(AB\overline{C} + \boxed{ABC}\right) + \left(A\overline{B}C + \boxed{ABC}\right) + \left(\overline{A}BC + \boxed{ABC}\right)$$

Disztjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = AB\overline{C}$$

$$Y2 = A\overline{B}C$$

$$Y3 = \overline{A}BC$$

$$Y4 = ABC$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

Disztjunktív teljes normál alak

$$A + A + \cdots + A = A$$

$$Y = \left(AB\overline{C} + ABC\right) + \left(A\overline{B}C + ABC\right) + \left(\overline{A}BC + ABC\right)$$

$$ABC + ABC = ABC$$

$$\overline{A} + A = \overline{B} + B = \overline{C} + C = 1$$

Disztjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = AB\overline{C}$$

$$Y2 = A\overline{B}C$$

$$Y3 = \overline{A}BC$$

$$Y4 = ABC$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

Disztjunktív teljes normál alak

$$A + A + \cdots + A = A$$

$$Y = \left(AB\overline{C} + ABC\right) + \left(A\overline{B}C + ABC\right) + \left(\overline{A}BC + ABC\right)$$

$$ABC + ABC = ABC$$

$$\overline{A} + A = \overline{B} + B = \overline{C} + C = 1$$

Disztjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = AB\overline{C}$$

$$Y2 = A\overline{B}C$$

$$Y3 = \overline{A}BC$$

$$Y4 = ABC$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
   Igaz = ponált alak
   Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

Disztjunktív teljes normál alak

$$A + A + \cdots + A = A$$

$$Y = \left(AB\overline{C} + ABC\right) + \left(A\overline{B}C + ABC\right) + \left(\overline{A}BC + ABC\right)$$

$$\overline{A} + A = \overline{B} + B = \overline{C} + C = 1$$

$$Y = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

Diszjunktív NEM teljes normál alak

Diszjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$Y1 = AB\overline{C}$

$Y2 = A\overline{B}C$

$Y3 = \overline{A}BC$

$Y4 = ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 1
2) Változók között ÉS
    Igaz = ponált alak
    Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

Diszjunktív teljes normál alak

$$A + A + \cdots + A = A$$

$$Y = \left(AB\overline{C} + ABC\right) + \left(A\overline{B}C + ABC\right) + \left(\overline{A}BC + ABC\right)$$

$$\overline{A} + A = \overline{B} + B = \overline{C} + C = 1$$

$$Y = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

VHDL leírás

```
Y <= (A and B) or (A and C) or (B and C)
```

Disztjunktív NEM teljes normál alak

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**1**	**0**
2	**0**	**1**	**0**	**0**
3	0	1	1	1
4	**1**	**0**	**0**	**0**
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**1**	**0**
2	**0**	**1**	**0**	**0**
3	0	1	1	1
4	**1**	**0**	**0**	**0**
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)\left(\overline{A} + B + C\right)\left(A + \overline{B} + C\right)\left(A + B + \overline{C}\right)$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Konjunktív teljes normál alak

$$Y = (A + B + C)\left(\overline{A} + B + C\right)\left(A + \overline{B} + C\right)\left(A + B + \overline{C}\right)$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Konjunktív teljes normál alak

$$Y = \boxed{(A + B + C)}\boxed{(\overline{A} + B + C)}\boxed{(A + \overline{B} + C)}\boxed{(A + B + \overline{C})}$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Konjunktív teljes normál alak

$$Y = \boxed{(A + B + C)}\boxed{(\overline{A} + B + C)}\boxed{(A + \overline{B} + C)}\boxed{(A + B + \overline{C})}$$

Maxterm

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Konjunktív teljes normál alak

$$Y = \boxed{(A+B+C)}\boxed{(\overline{A}+B+C)}\boxed{(A+\overline{B}+C)}\boxed{(A+B+\overline{C})}$$

Maxterm $\mathbf{M}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{i}}$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Konjunktív teljes normál alak

$$Y = \underset{M^3_0}{\boxed{(A+B+C)}}\underset{M^3_1}{\boxed{(\overline{A}+B+C)}}\underset{M^3_2}{\boxed{(A+\overline{B}+C)}}\underset{M^3_4}{\boxed{(A+B+\overline{C})}}$$

Maxterm M^n_i

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

Konjunktív teljes normál alak

$$Y = \underbrace{(A + B + C)}_{\mathbf{M}^3_0}\underbrace{(\overline{A} + B + C)}_{\mathbf{M}^3_1}\underbrace{(A + \overline{B} + C)}_{\mathbf{M}^3_2}\underbrace{(A + B + \overline{C})}_{\mathbf{M}^3_4}$$

Maxterm

$$Y^3 = \prod(0, 1, 2, 4)$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)\left(\overline{A} + B + C\right)\left(A + \overline{B} + C\right)\left(A + B + \overline{C}\right)$$

Konjunktív teljes normál alak

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Konjunktív teljes normál alak

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)\left(\overline{A} + B + C\right)\left(A + \overline{B} + C\right)\left(A + B + \overline{C}\right)$$

Konjunktív teljes normál alak

$$A \cdot A \cdot \cdots \cdot A = A$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = \boxed{(A + B + C)}(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Konjunktív teljes normál alak

$$A \cdot A \cdot \cdots \cdot A = A$$

$$(A + B + C) \cdot (A + B + C) = A + B + C$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = \boxed{(A + B + C)}(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Konjunktív teljes normál alak

$$A \cdot A \cdot \dots \cdot A = A$$

$$(A + B + C) \cdot (A + B + C) = A + B + C$$

$$Y = \left((\overline{A} + B + C)(A + B + C)\right)\left((A + \overline{B} + C)(A + B + C)\right)\left((A + B + \overline{C})(A + B + C)\right)$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**1**	**0**
2	**0**	**1**	**0**	**0**
3	0	1	1	1
4	**1**	**0**	**0**	**0**
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Konjunktív teljes normál alak

$$A \cdot A \cdot \dots \cdot A = A$$

$$(A + B + C) \cdot (A + B + C) = A + B + C$$

$$Y = \left((\overline{A} + B + C)(\boldsymbol{A + B + C})\right)\left((A + \overline{B} + C)(\boldsymbol{A + B + C})\right)\left((A + B + \overline{C})(\boldsymbol{A + B + C})\right)$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**1**	**0**
2	**0**	**1**	**0**	**0**
3	0	1	1	1
4	**1**	**0**	**0**	**0**
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = \boxed{(A + B + C)}(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Konjunktív teljes normál alak

$$A \cdot A \cdot \dots \cdot A = A$$

$$(A + B + C) \cdot (A + B + C) = A + B + C$$

$$Y = \big((\overline{A} + B + C)(A + B + C)\big)\big((A + \overline{B} + C)(A + B + C)\big)\big((A + B + \overline{C})(A + B + C)\big)$$

$$\overline{A} + A = \overline{B} + B = \overline{C} + C = 1$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Konjunktív teljes normál alak

$$A \cdot A \cdot \dots \cdot A = A$$

$$(A + B + C) \cdot (A + B + C) = A + B + C$$

$$Y = \left((\overline{A} + B + C)(A + B + C)\right)\left((A + \overline{B} + C)(A + B + C)\right)\left((A + B + \overline{C})(A + B + C)\right)$$

$$\overline{A} + A = \overline{B} + B = \overline{C} + C = 1$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Konjunktív teljes normál alak

$$A \cdot A \cdot \cdots \cdot A = A$$

$$(A + B + C) \cdot (A + B + C) = A + B + C$$

$$Y = \left((\overline{A} + B + C)(A + B + C)\right)\left((A + \overline{B} + C)(A + B + C)\right)\left((A + B + \overline{C})(A + B + C)\right)$$

$$Y = (B + C)(A + C)(A + B)$$

$$\overline{A} + A = \overline{B} + B = \overline{C} + C = 1$$

Konjunktív alak egyszerűsítése

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = \boxed{(A + B + C)}(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Konjunktív teljes normál alak

$$Y = (B + C)(A + C)(A + B)$$

Konjunktív NEM teljes normál alak

Konjunktív alak egyszerűsítése

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

- Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \overline{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \overline{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \overline{C}$$

A konjunkt - alakú függvény felírása

1) Y = 0
2) Változók között VAGY
   Igaz = tagadott alak
   Hamis = ponált alak

3) A részfüggvényeket VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)(\overline{A} + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

Konjunktív teljes normál alak

A VHDL leírás pedig

Y <= (B or C) and (A or C) and (A or B)

$$Y = (B + C)(A + C)(A + B)$$

Konjunktív NEM teljes normál alak

Kapcsolási rajz

- ❖ **Leírás kapcsolási rajzzal (kapcsolási rajzjelekkel)**

Kapcsolási rajz

- ❖ **Leírás kapcsolási rajzzal (kapcsolási rajzjelekkel)**

Melyik alak?

Kapcsolási rajz

- Leírás kapcsolási rajzzal (kapcsolási rajzjelekkel)

Diszjunkt alak

$$Y = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

VHDL leírás pedig

Y <= (A and B) or (A and C) or (B and C)

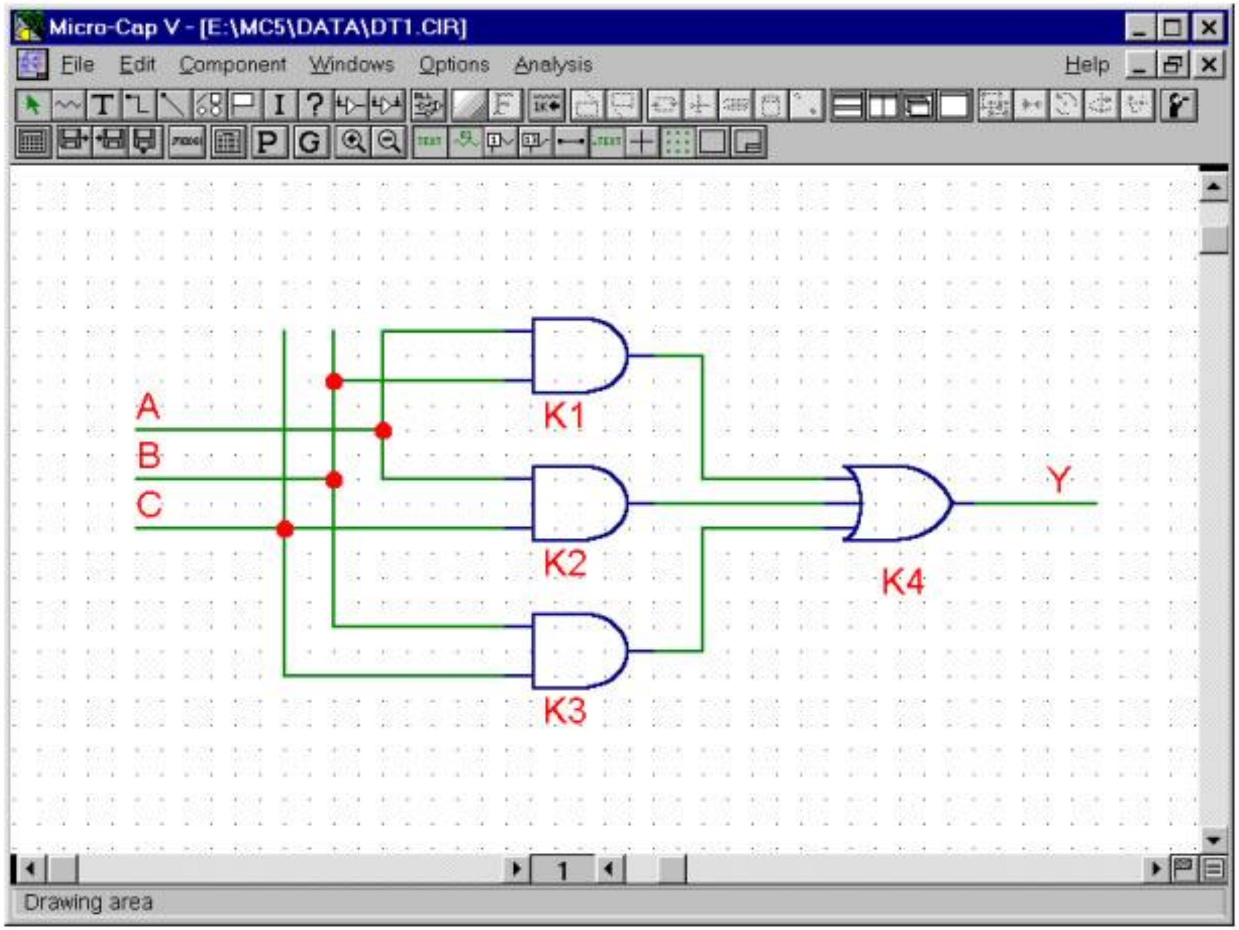
Kapcsolási rajz

Diszjunkt alak

$$Y = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

VHDL leírás pedig

Y <= (A and B) or (A and C) or (B and C)



ÓBUDAI EGYETEM

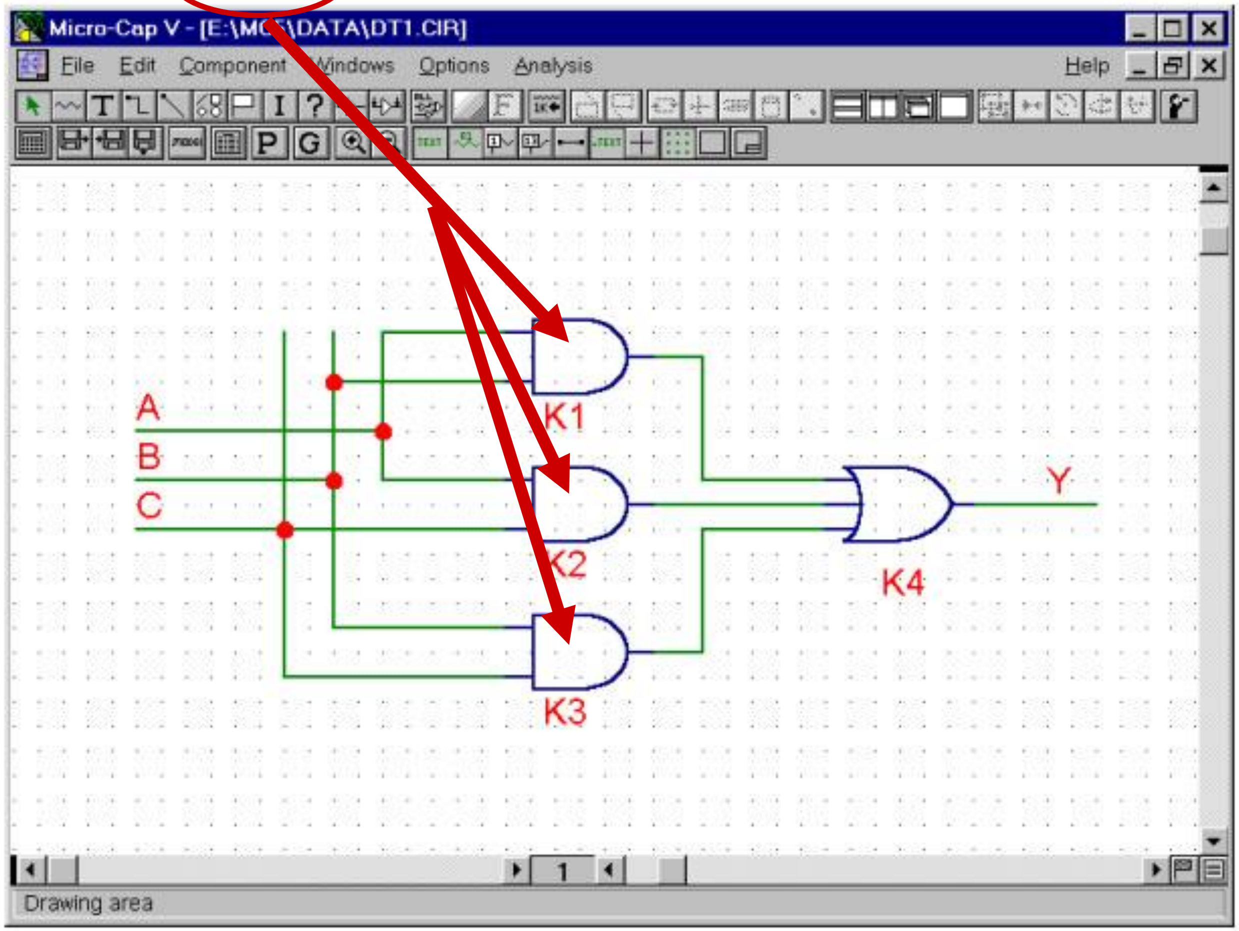
Kapcsolási rajz

Diszjunkt alak

$$Y = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

VHDL leírás pedig

```
Y <= (A and B) or (A and C) or (B and C)
```



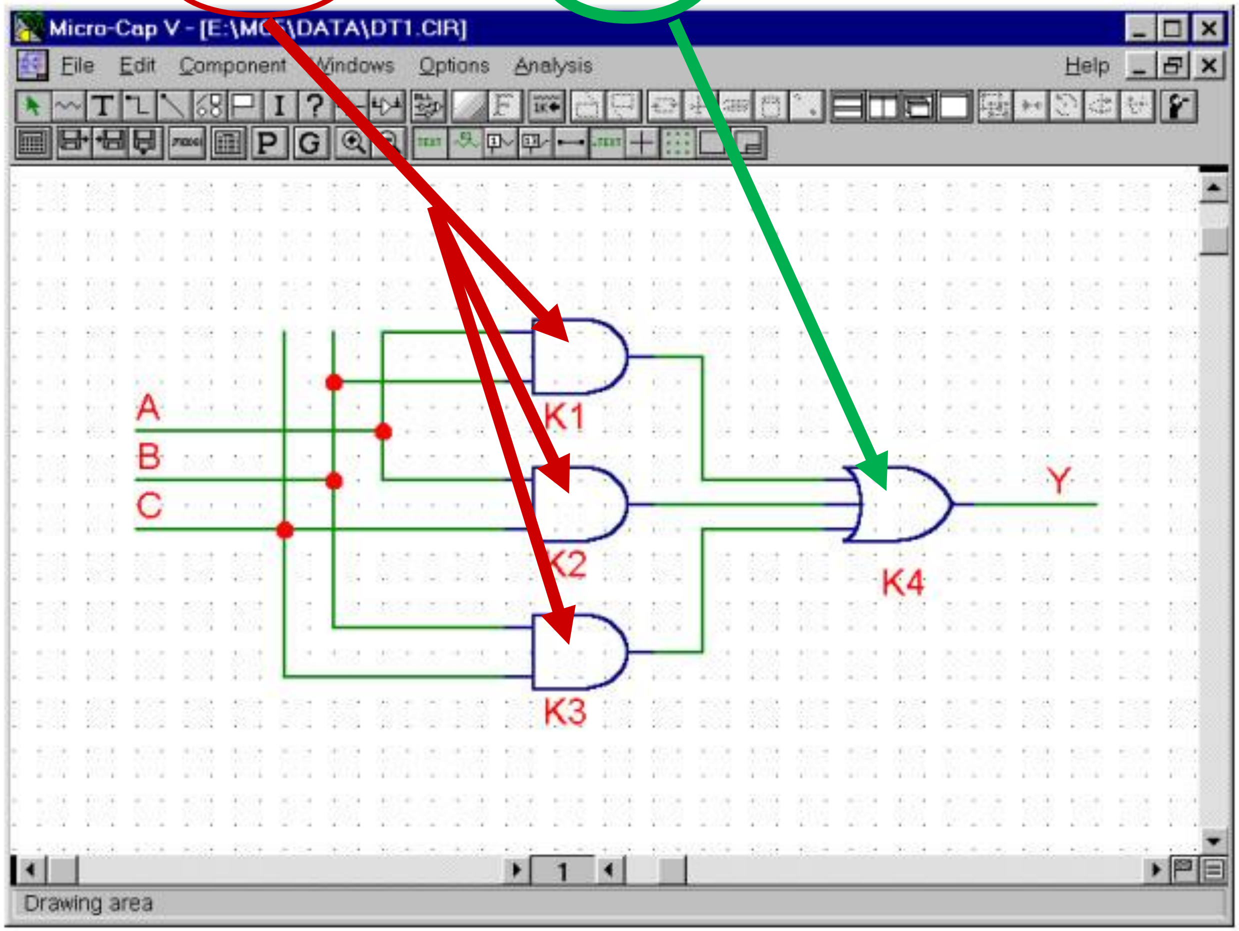
Kapcsolási rajz

Diszjunkt alak

$$Y = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

VHDL leírás pedig

Y <= (A and B) or (A and C) or (B and C)



Karnaugh - tábla

- Grafikus leírási mód
- Az igazságtáblázat célszerűen átalakított változata
- Előnye:
    - gyorsabb,
    - biztosabban jó eredményt adó,
    - kevesebb munkát igénylő módszer
- Hátránya:
    - legfeljebb 4 (esetleg 5) változóig használható

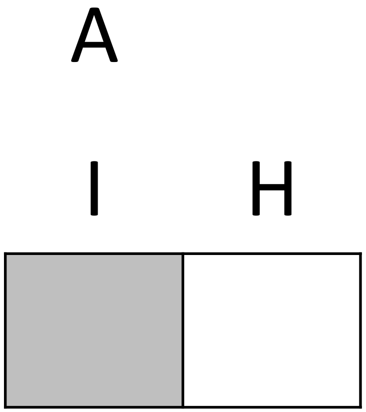
Karnaugh - tábla

A Karnaugh – tábla tulajdonképpen egy módosított

Veitch - diagram.

Karnaugh - tábla

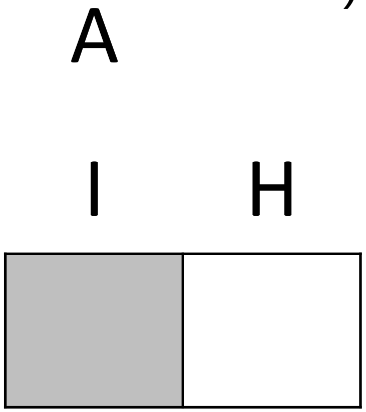
Veitch - diagram.



Karnaugh - tábla

MÓDOSÍTÁS

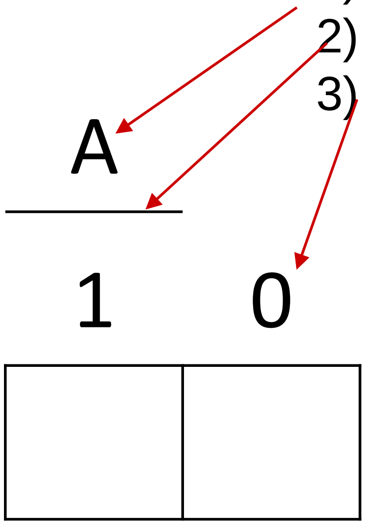
1) Megjelöljük a halmazt
2) Feltüntetjük az értékeket
3) Vonal húzása az igaz értéknél



Egy változós Karnaugh - tábla

MÓDOSÍTÁS

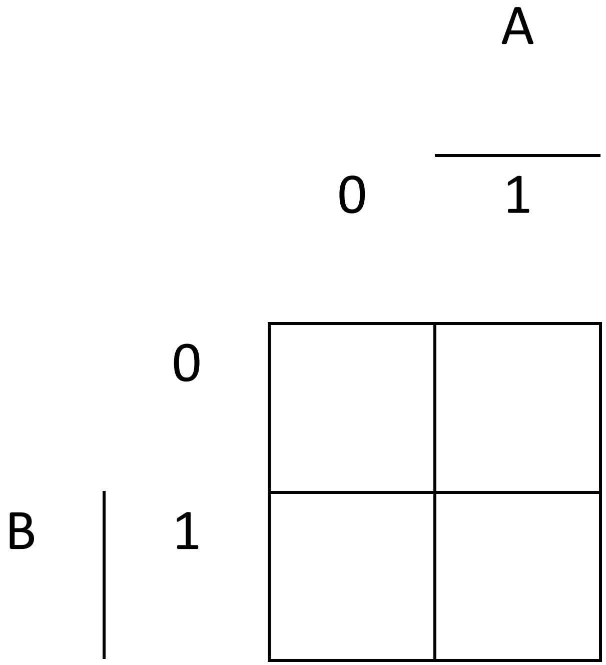
1) Megjelöljük a halmazt
2) Vonal húzása az igaz értéknél
3) Feltüntetjük az értékeket



Egy változós Karnaugh - tábla

- A változókat a tábla szélein tüntetjük fel
- A változókhoz tartozó 0 illetve 1 értékek a mellettük lévő sorokra, ill. oszlopokra vonatkoznak

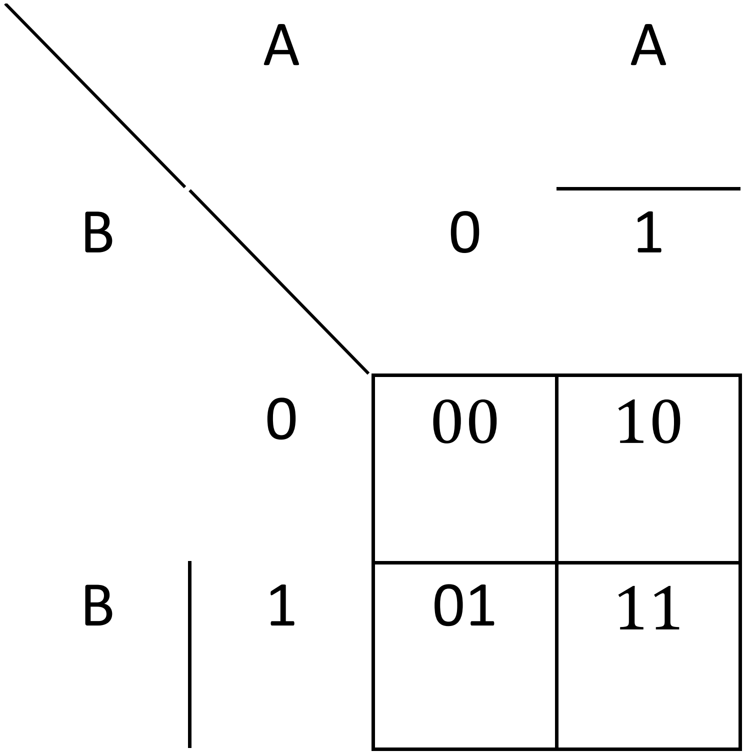
Két változós Karnaugh - tábla



Két változós Karnaugh - tábla

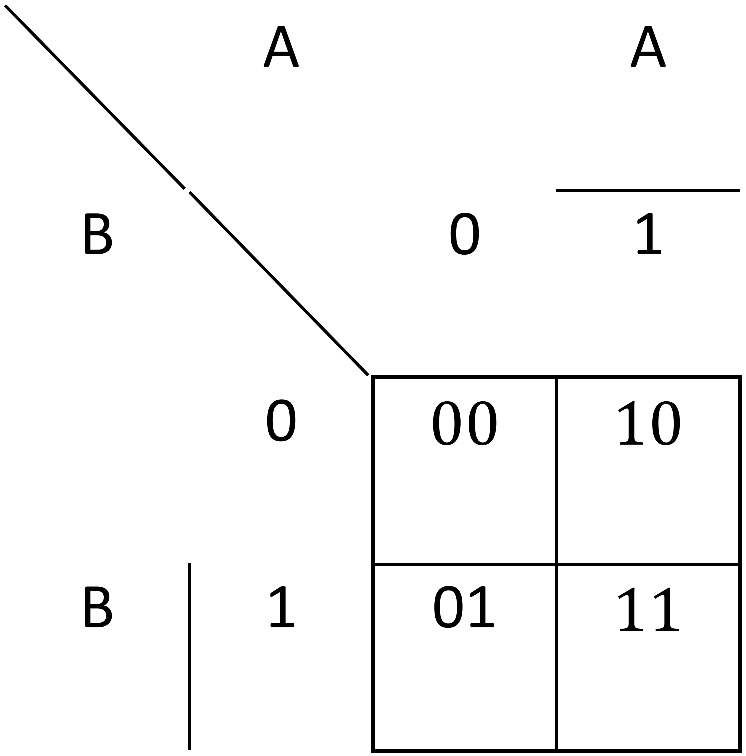
		A	A
B		0	1
	0	$\overline{A}\overline{B}$	$A\overline{B}$
B	1	$\overline{A}B$	AB

Két változós Karnaugh - tábla



	A		A
B		0	1
	0	00	10
B	1	01	11

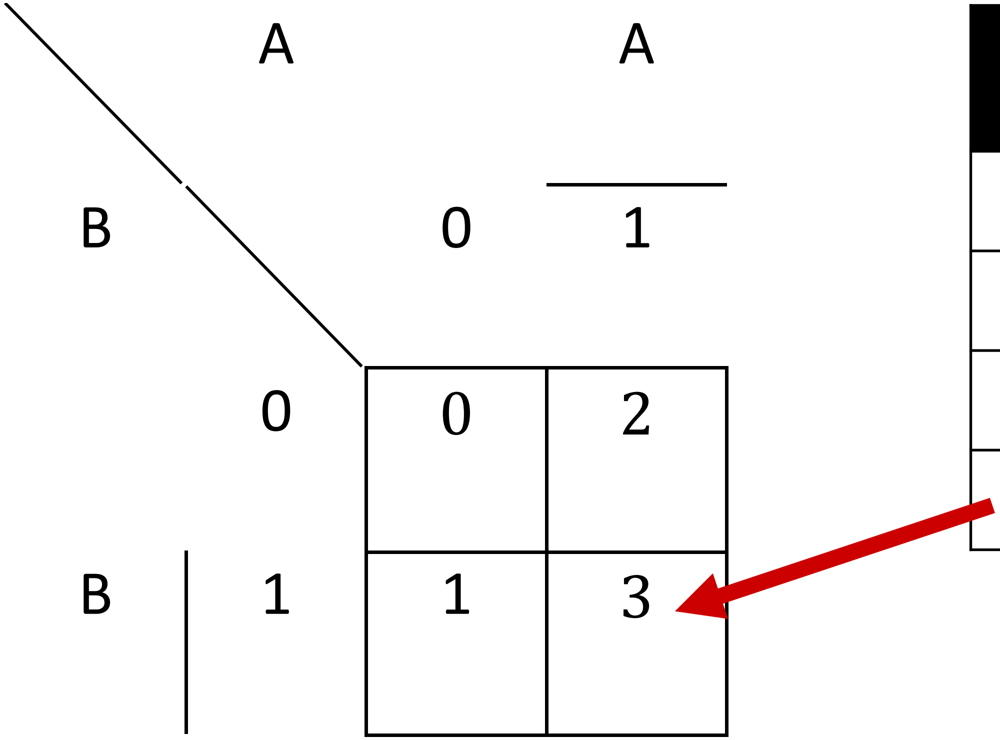
Két változós Karnaugh - tábla



	A		A
B		0	1
	0	00	10
B	1	01	11

i	A	B	Y
0	0	0	
1	0	1	
2	1	0	
3	1	1	

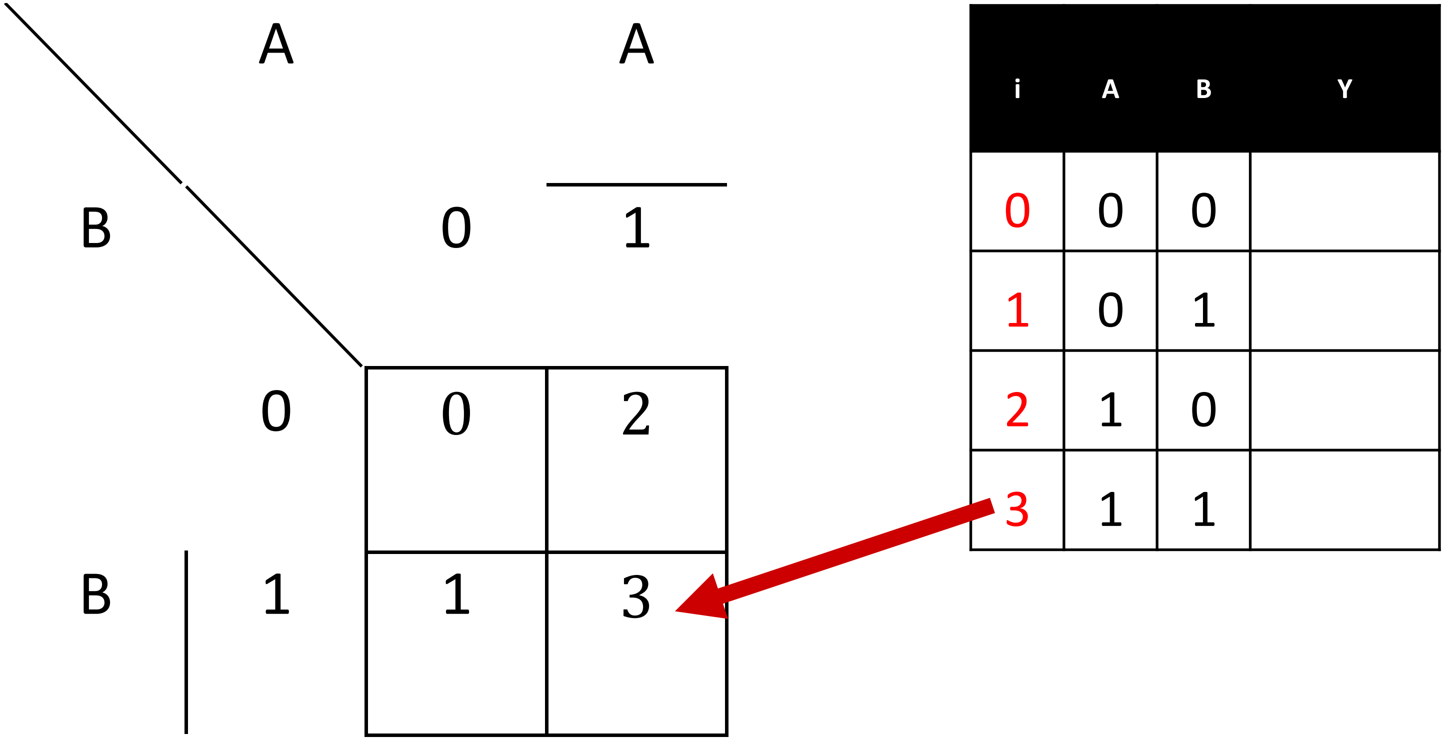
Két változós Karnaugh - tábla



	A		A
B		0	1
	0	0	2
B	1	1	3

i	A	B	Y
0	0	0	
1	0	1	
2	1	0	
3	1	1	

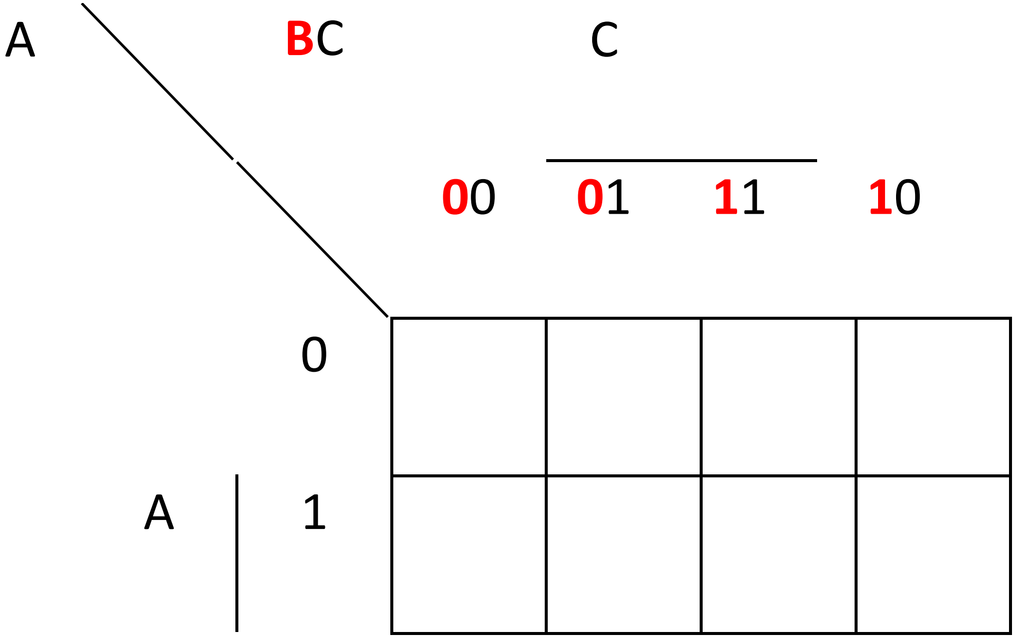
Két változós Karnaugh - tábla



i	A	B	Y
0	0	0	
1	0	1	
2	1	0	
3	1	1	

A táblának annyi cellája lesz, ahány sora az Igazságtáblának!

Három változós Karnaugh - tábla



A **B**C C

	00	**0**1	**1**1	**1**0
0				
A 1				

Három változós Karnaugh - tábla

A **B**C C

		00	**0**1	**1**1	**1**0
	0	$\overline{ABC}$	$\overline{AB}C$	$\overline{A}BC$	$\overline{A}B\overline{C}$
A	1	$A\overline{BC}$	$A\overline{B}C$	ABC	$AB\overline{C}$

Három változós Karnaugh - tábla

A BC

C

		00	01	11	10
	0	000	001	011	010
A	1	100	101	111	110

Három változós Karnaugh - tábla

A BC

C

		00	01	11	10
	0	000	001	011	010
A	1	100	101	111	110

i	A	B	C	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Három változós Karnaugh - tábla

	A \ BC		C		
		00	01	11	10
	0	000	001	011	010
A	1	100	101	111	110

i	A	B	C	Y
0	0	0	0	
1	0	0	1	
2	0	1	0	
3	0	1	1	
4	1	0	0	
5	1	0	1	
6	1	1	0	
7	1	1	1	

Három változós Karnaugh - tábla

A

BC

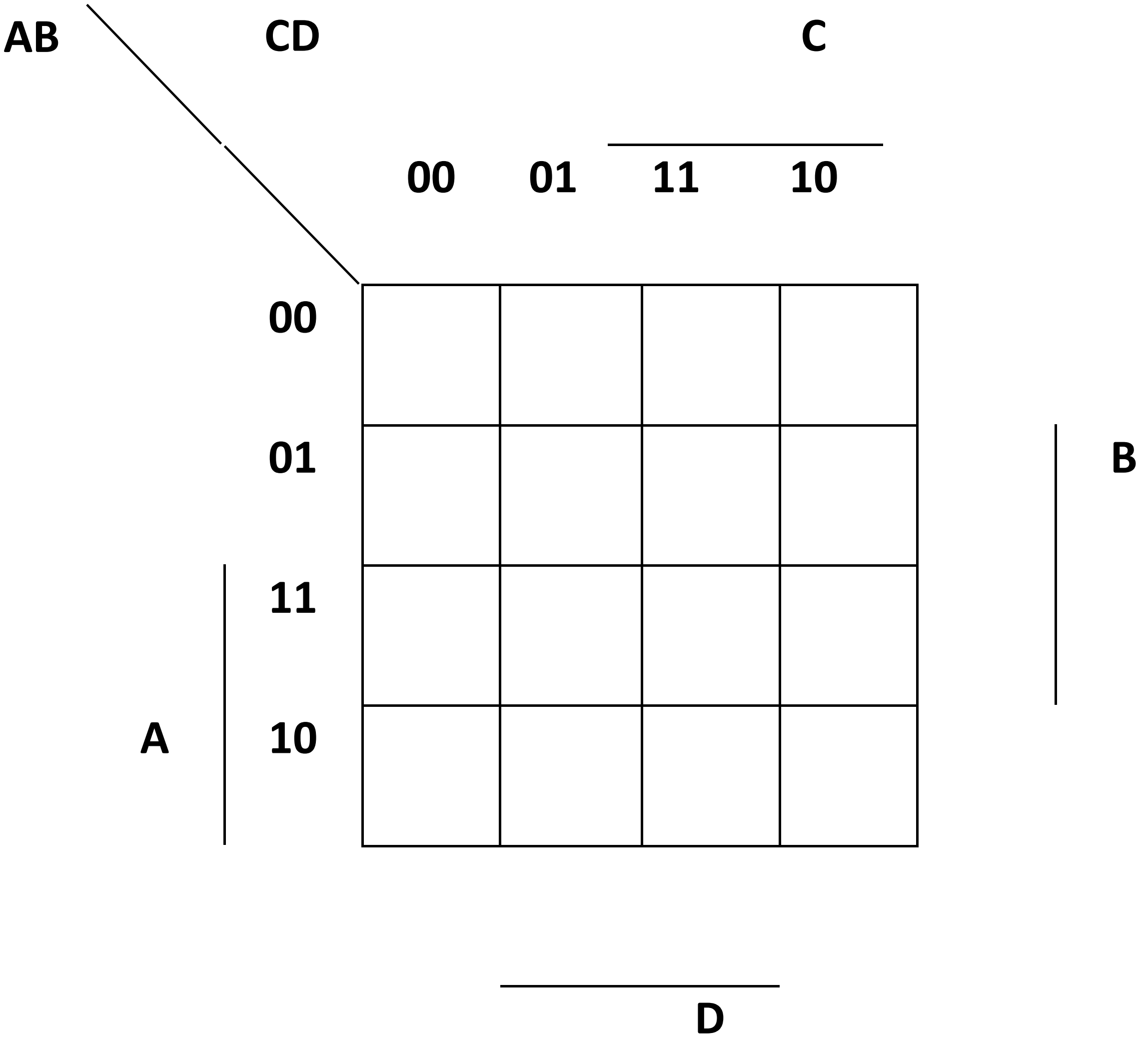
C

A \ **B**C		**0**0	**0**1	**1**1	**1**0
	0	0	1	3	2
A	1	4	5	7	6

i	A	B	C	Y
0	0	0	0	
1	0	0	1	
2	0	1	0	
3	0	1	1	
4	1	0	0	
5	1	0	1	
6	1	1	0	
7	1	1	1	

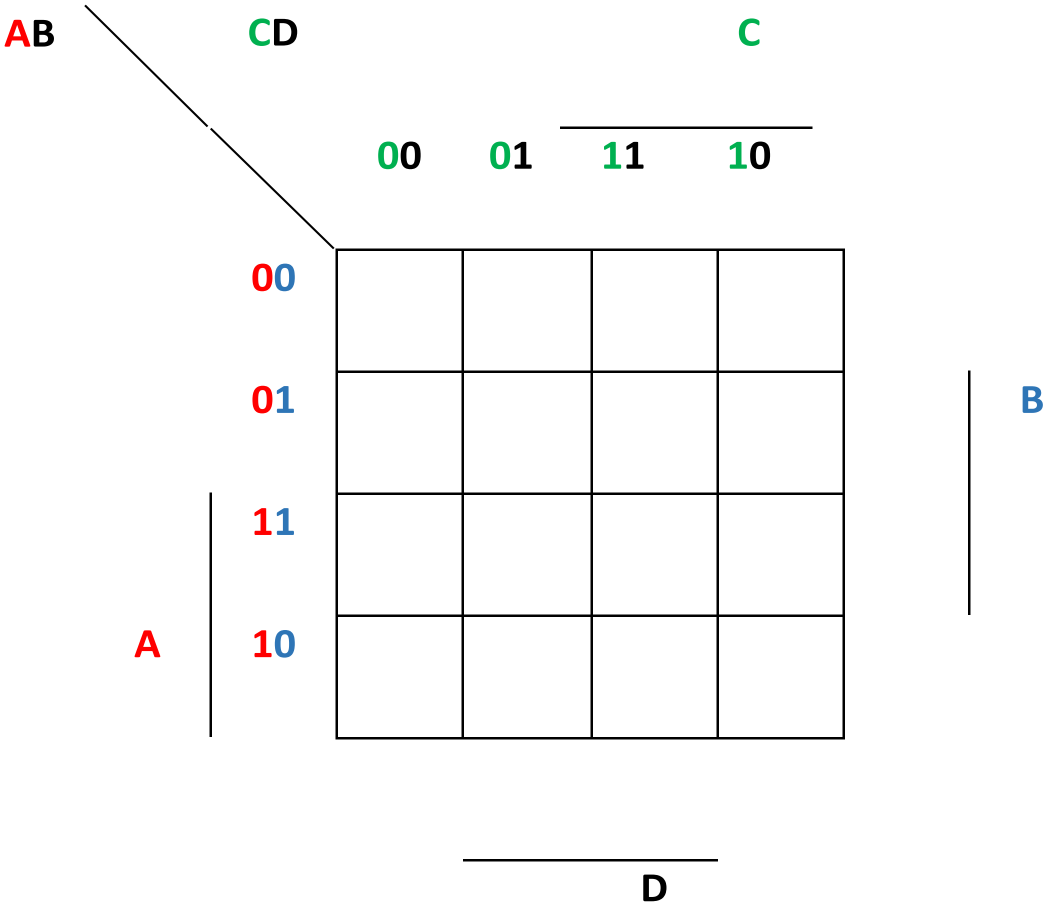
ÓBUDAI EGYETEM

Négy változós Karnaugh - tábla



AB \ CD	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Négy változós Karnaugh - tábla



AB \ CD	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Négy változós Karnaugh - tábla

AB CD

C

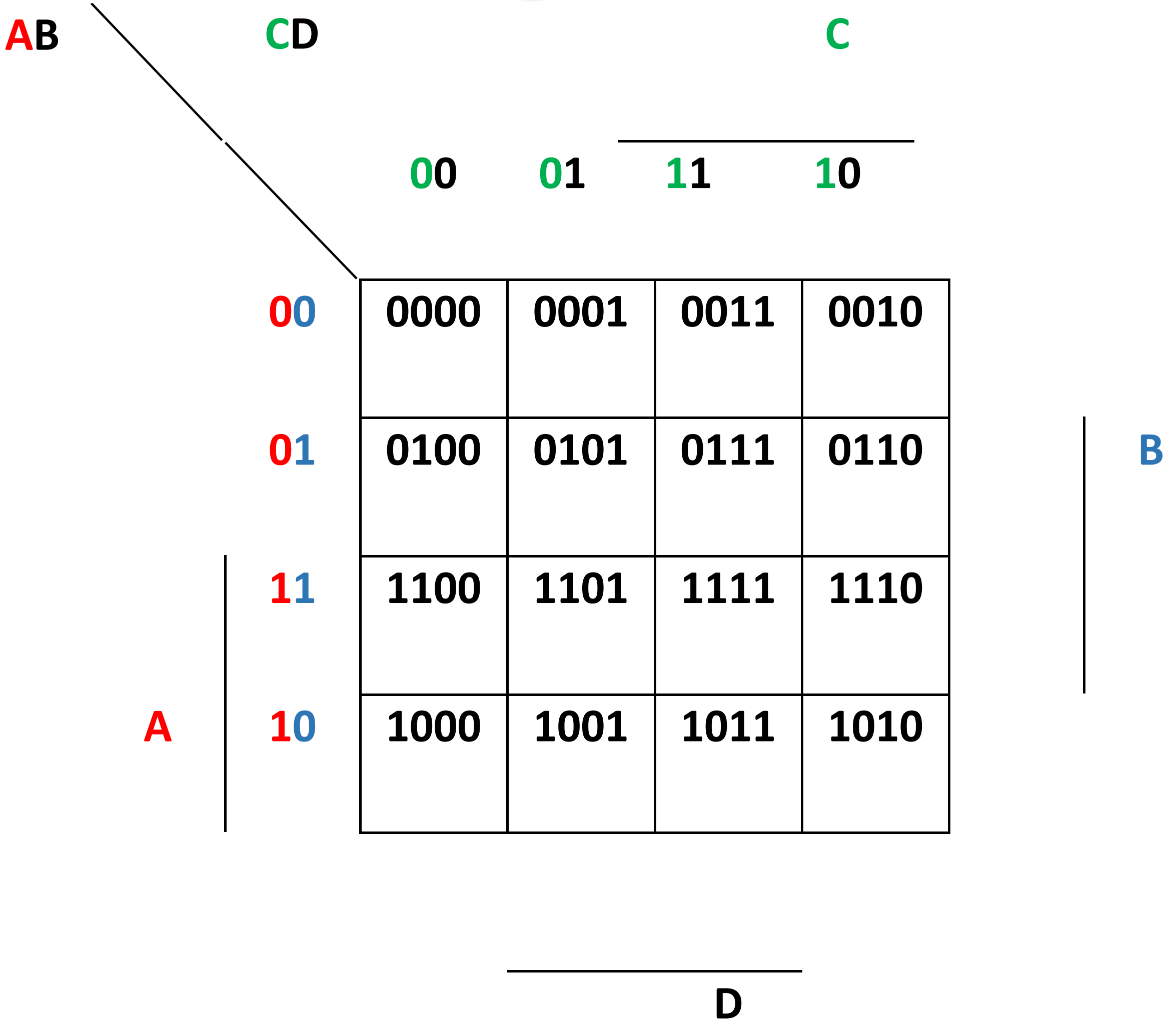
	00	01	11	10
00	$\overline{ABCD}$	$\overline{ABC}D$	$\overline{AB}CD$	$\overline{AB}C\overline{D}$
01	$\overline{A}B\overline{CD}$	$\overline{A}B\overline{C}D$	$\overline{A}BCD$	$\overline{A}BC\overline{D}$
11	$AB\overline{CD}$	$AB\overline{C}D$	$ABCD$	$ABC\overline{D}$
10	$A\overline{BCD}$	$A\overline{BC}D$	$A\overline{B}CD$	$A\overline{B}C\overline{D}$

B

A

D

Négy változós Karnaugh - tábla



AB \ CD	00	01	11	10
00	0000	0001	0011	0010
01	0100	0101	0111	0110
11	1100	1101	1111	1110
10	1000	1001	1011	1010

Négy változós Karnaugh - tábla

AB CD

C

AB \ CD	00	01	11	10
00	**0000**	**0001**	**0011**	**0010**
01	**0101**	**0101**	**0111**	**0110**
11	**1100**	**1101**	**1111**	**1110**
10	**1000**	**1001**	**1011**	**1010**

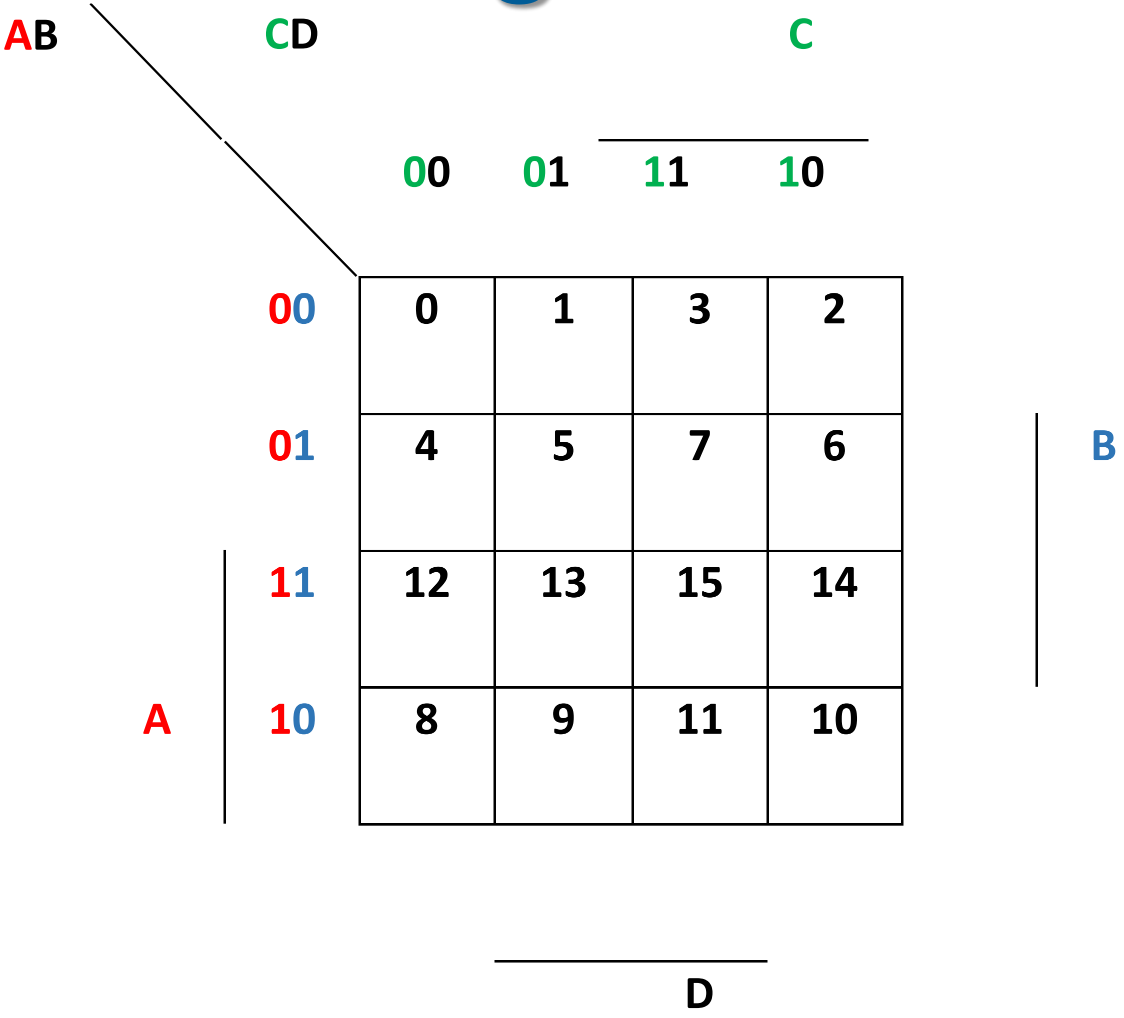
B

A

D

i	A	B	C	D	Y
0	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	
8	1	0	0	0	
9	1	0	0	1	
10	1	0	1	0	
11	1	0	1	1	
12	1	1	0	0	
13	1	1	0	1	
14	1	1	1	0	
15	1	1	1	1	

Négy változós Karnaugh - tábla



AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

Karnaugh - tábla kitöltése

Karnaugh - tábla kitöltése

i	**C**	**B**	**A**	**Y**
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

Karnaugh - tábla kitöltése


A
B
C
Szavazat Számláló
Y

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Karnaugh - tábla kitöltése

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

A \ **B**C

C

A \ BC	00	01	11	10
0	$\overline{ABC}$	$\overline{AB}C$	$\overline{A}BC$	$\overline{A}B\overline{C}$
1	$A\overline{BC}$	$A\overline{B}C$	ABC	$AB\overline{C}$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

Karnaugh - tábla kitöltése

$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$

A \ BC		C		
	00	**01**	**11**	**10**
0	**0**	**0**	**1**	**0**
A 1	**0**	**1**	**1**	**1**

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	**0**	**1**	**1**	**1**
4	1	0	0	0
5	**1**	**0**	**1**	**1**
6	**1**	**1**	**0**	**1**
7	**1**	**1**	**1**	**1**

Karnaugh - tábla kitöltése

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

A BC

C

		00	01	11	10
	0	0	1	3	2
A	1	4	5	7	6

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Karnaugh - tábla kitöltése

$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A

BC

C

		00	01	11	10
	0	0	1	3	2
A	1	4	5	7	6

$Y^3 = \sum(3,5,6,7)$

Karnaugh tábla egyszerűsítés

- **Az egyszerűsítés elve**
  - Az algebrai egyszerűsítéseknél is használt közös tényező kiemelés
  - A táblában egymás melletti (alatti) cellában olyan mintermek vannak amelyek csak 1 változóban térnek el

Karnaugh- tábla egyszerűsítés

- **Az egyszerűsítés elve**
  - Az algebrai egyszerűsítéseknél is használt közös tényező kiemelés
  - A táblában egymás melletti (alatti) cellában olyan mintermek vannak amelyek csak 1 változóban térnek el
  - Az azonos részt kiemelhetjük, a megmaradó változó és negáltja kiesik.

$$\overline{A}+A=\overline{B}+B=\overline{C}+C=1$$

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

C

A \ BC	00	01	11	10
0	$\overline{ABC}$	$\overline{AB}C$	$\overline{A}BC$	$\overline{A}B\overline{C}$
1	$A\overline{BC}$	$A\overline{B}C$	ABC	$AB\overline{C}$

A

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

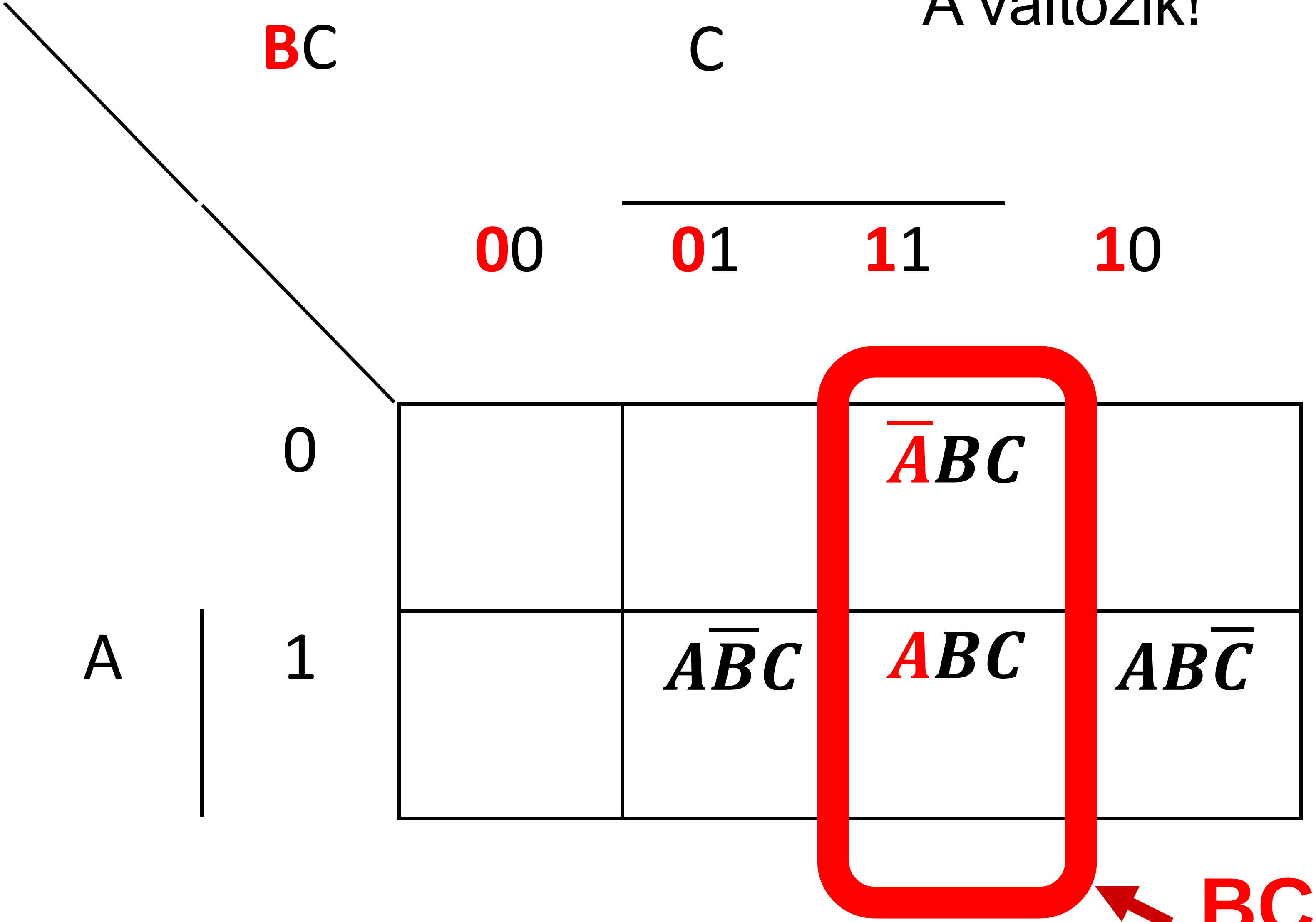
$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

A　BC　C

A	00	01	11	10
0	$\overline{ABC}$	$\overline{AB}C$	$\boldsymbol{\overline{A}BC}$	$\overline{A}B\overline{C}$
A 1	$A\overline{BC}$	$\boldsymbol{A\overline{B}C}$	$\boldsymbol{ABC}$	$\boldsymbol{AB\overline{C}}$

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

A változik!

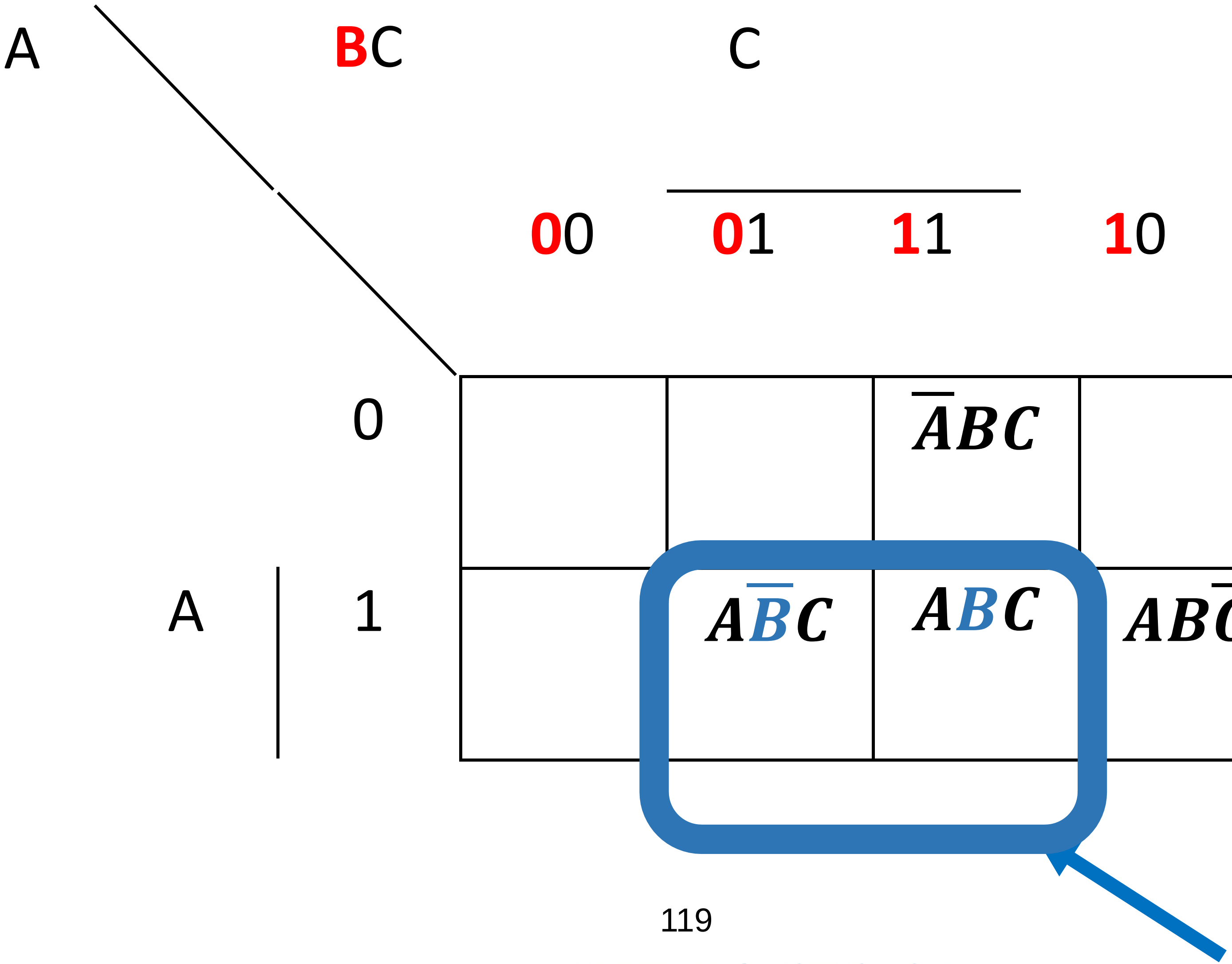


A \ BC	00	01 (C)	11 (C)	10
0			$\overline{A}BC$	
A 1		$A\overline{B}C$	ABC	$AB\overline{C}$

BC

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

B változik!



A

BC

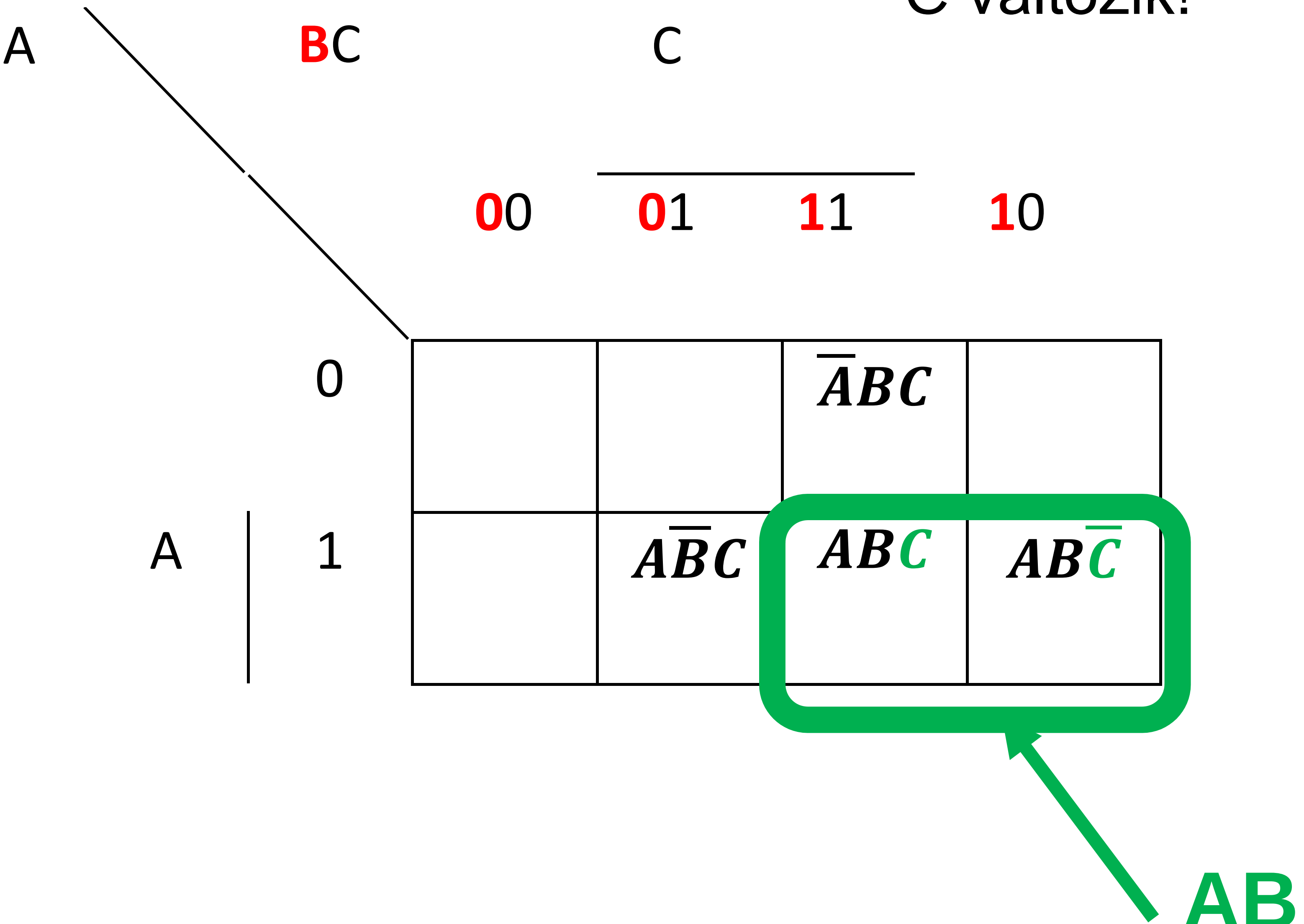
C

		00	**0**1	**1**1	**1**0
	0			$\overline{A}BC$	
A	1		$A\overline{B}C$	ABC	$AB\overline{C}$

AC

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

C változik!



A BC	00	01	11	10
0			$\overline{A}BC$	
1		$A\overline{B}C$	ABC	$AB\overline{C}$

AB

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

A BC C

		00	01	11	10
	0			1	
A	1		**1**	**1**	**1**

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

C

A \ BC	00	01	11	10
0			1	
A 1		**1**	**1**	**1**

1) **Az egymás mellett lévő összevonandó 1-eseket egy hurokkal vesszük körül, és ezután már csak ennek a huroknak az eredményt tüntetjük fel.**

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

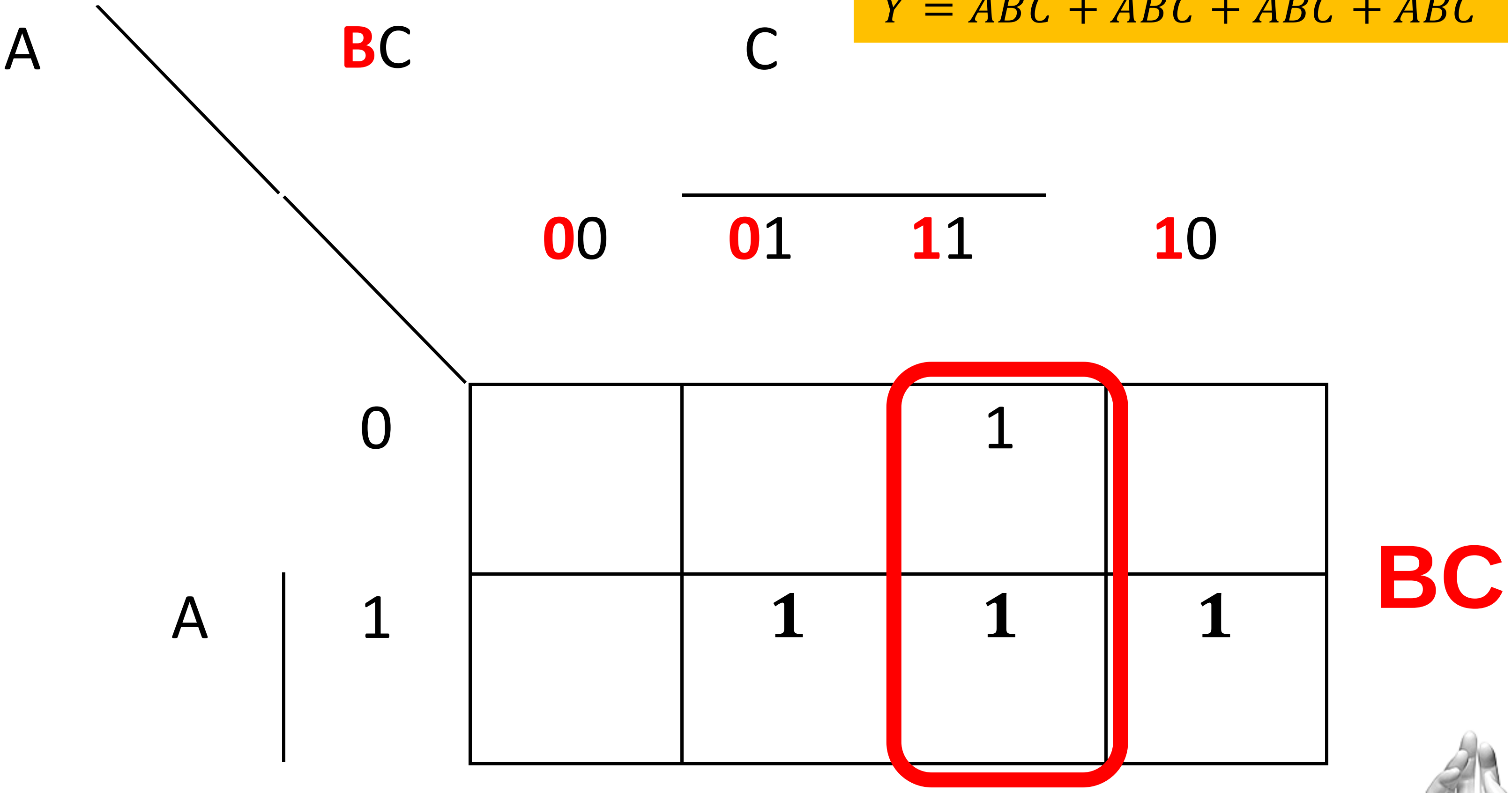
$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$

A BC C

		00	01	11	10
	0			1	
A	1		**1**	**1**	**1**

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

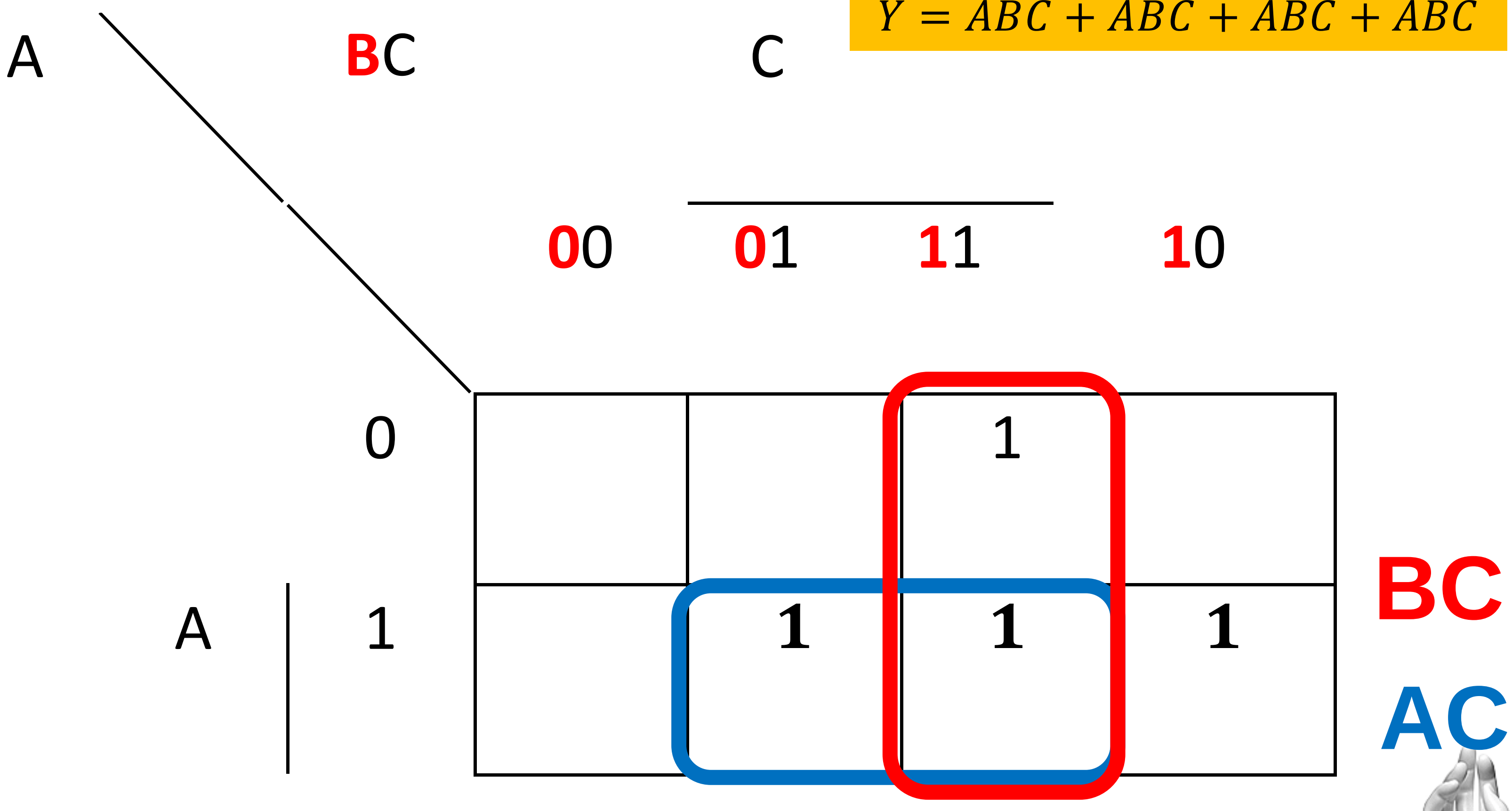
$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$



A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		**1**	**1**	**1**

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

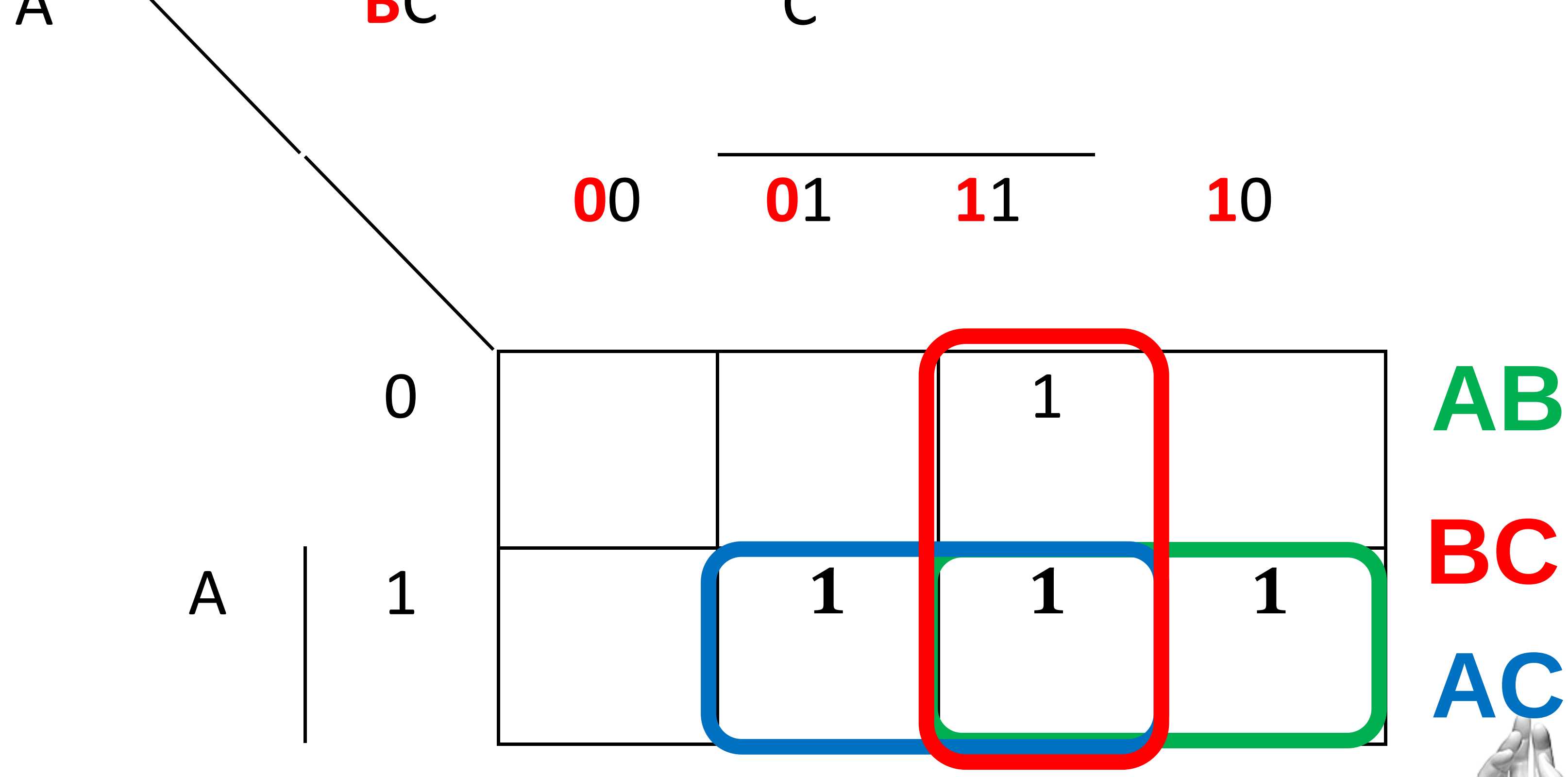
$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$



A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

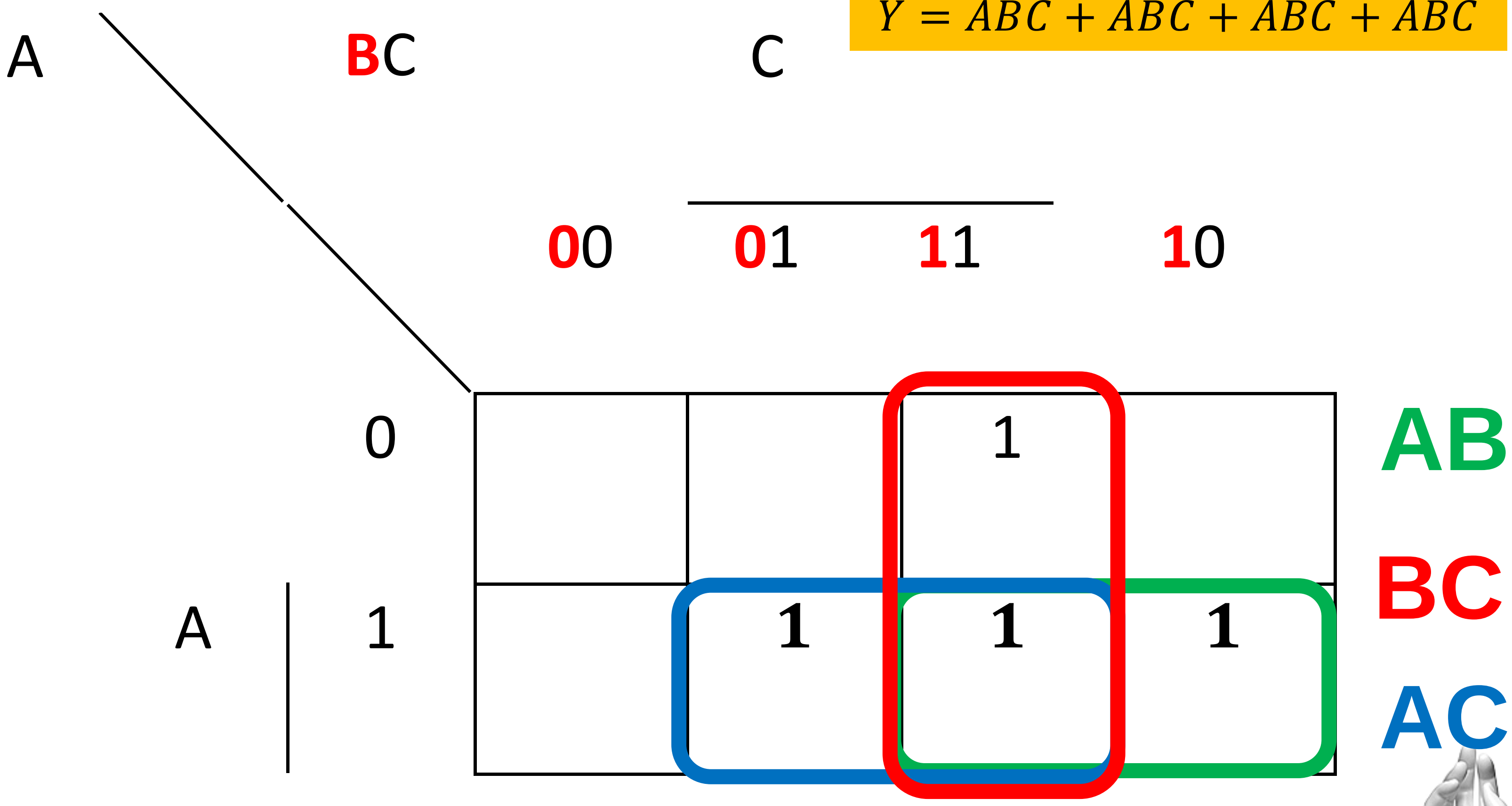
$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$



A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

$$Y = AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

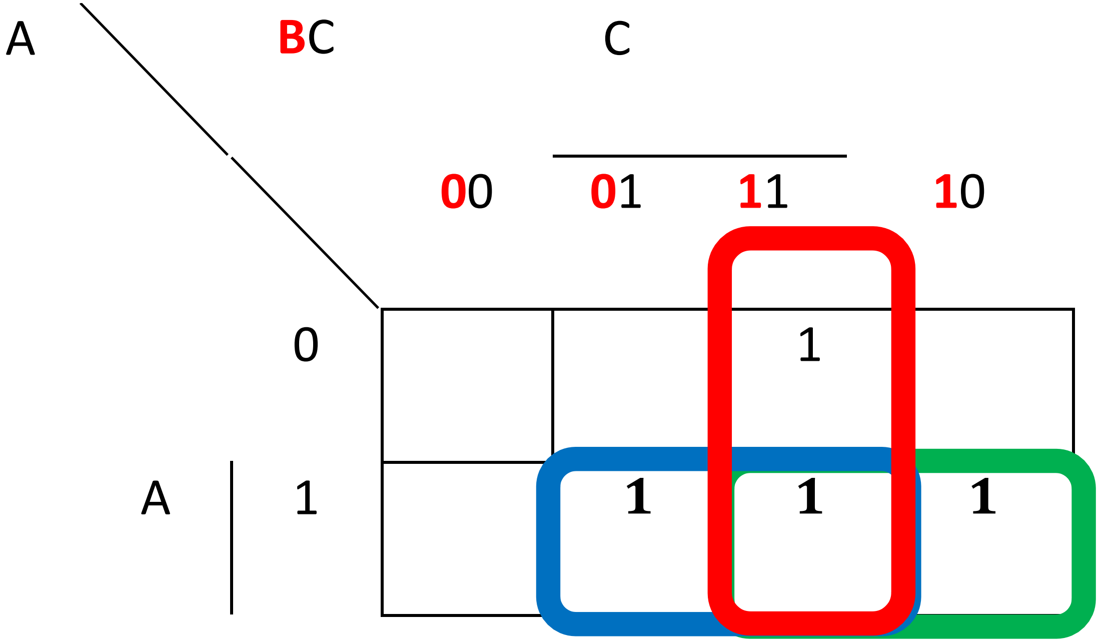


A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

$$\boxed{Y = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C}$$

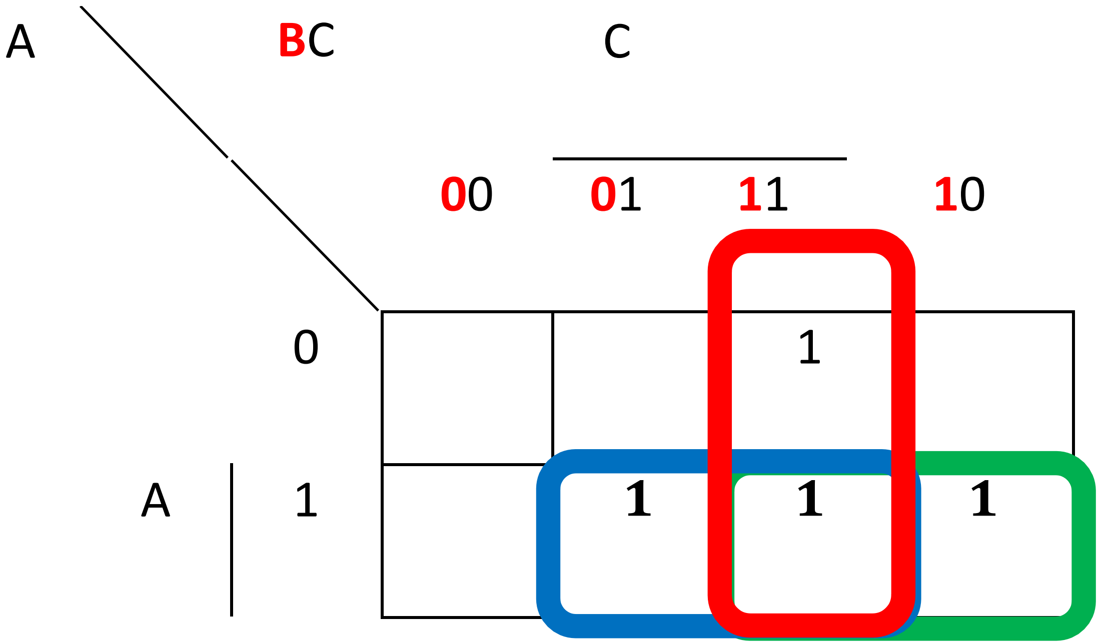
Karnaugh-tábla egyszerűsítés

2) Egy logikai függvényben egy tagot tetszés szerint ismételhetünk az egyszerűsítés érdekében, így a Karnaugh-tábla bármely 1-esét is akárhány hurokba bevonhatjuk.



Karnaugh-tábla egyszerűsítés

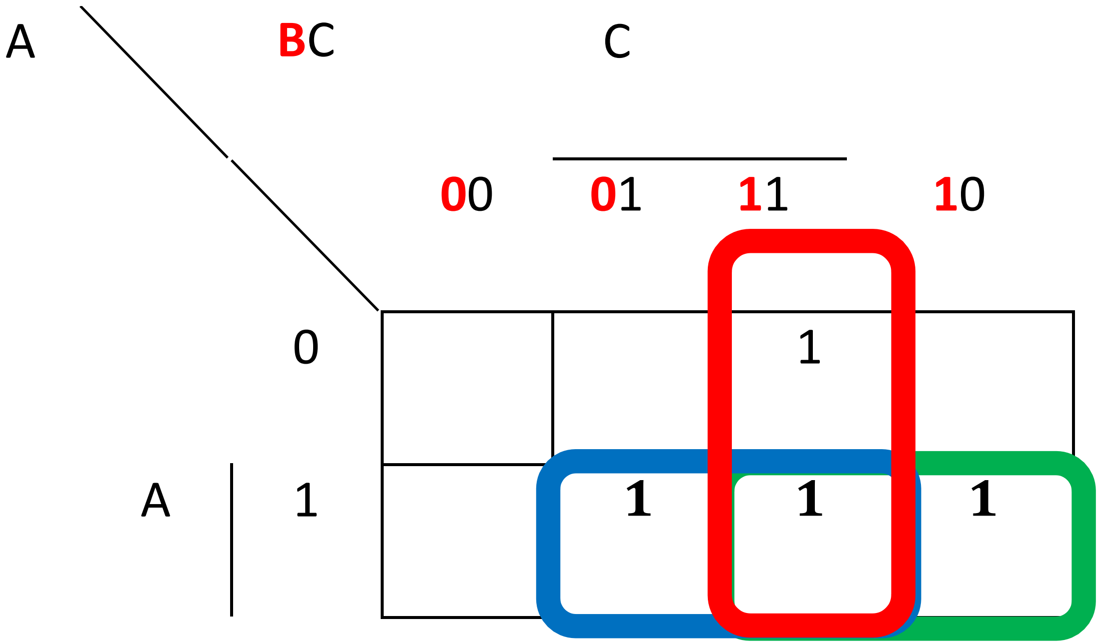
3) Minden 1-est legalább egyszer be kell vonni legalább egy hurokba.



	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

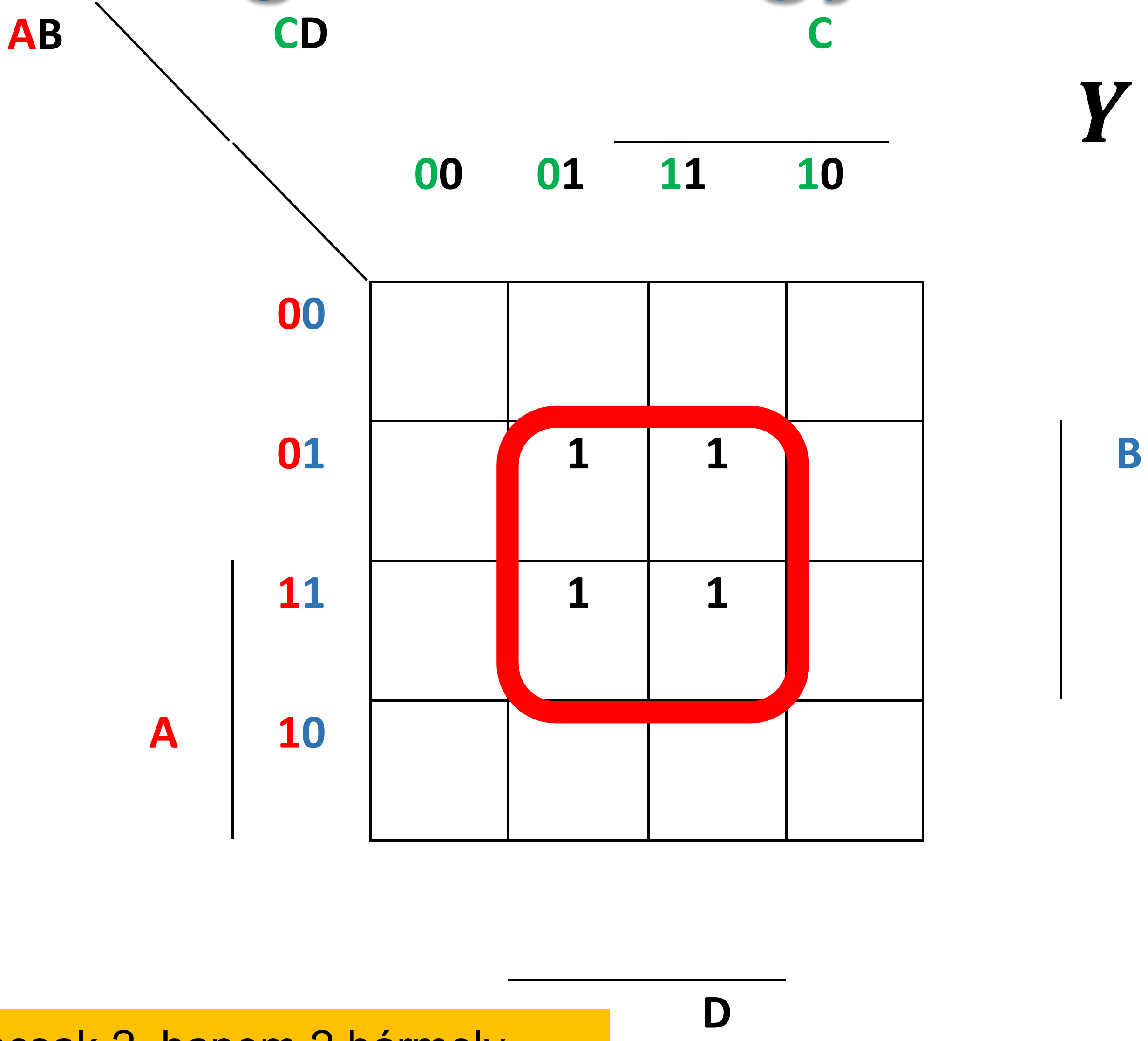
Karnaugh-tábla egyszerűsítés

4) Ha nem tudjuk összevonni semmivel, egyetlen cella alkotja a hurkot (nem lehet egyszerűsíteni).



	A \ BC		C		
		00	01	11	10
	0			1	
A	1		1	1	1

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

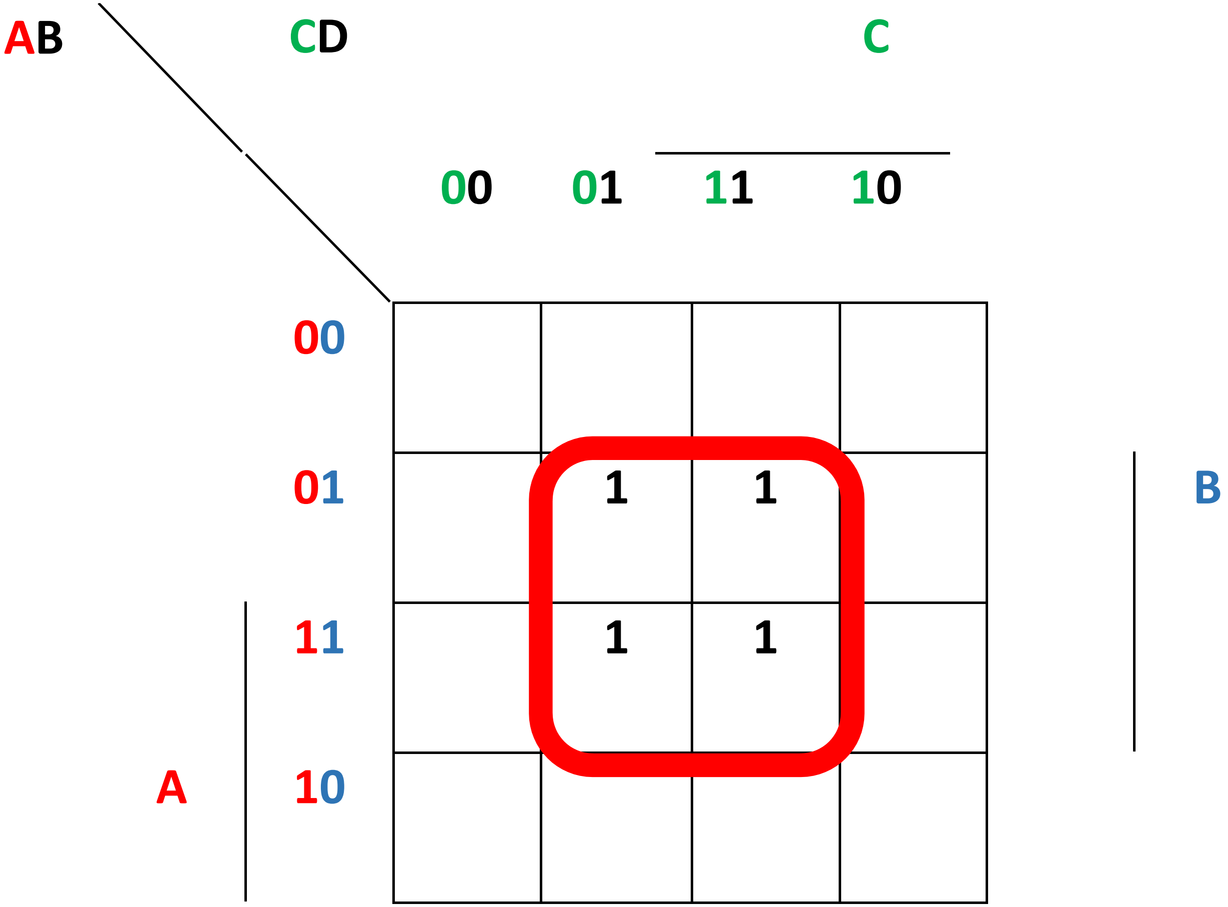


AB \ CD	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11		1	1	
10				

$$Y = BD$$

5) Nemcsak 2, hanem 2 bármely egész számú hatványa darabszámú szomszédos minterm összevonható.

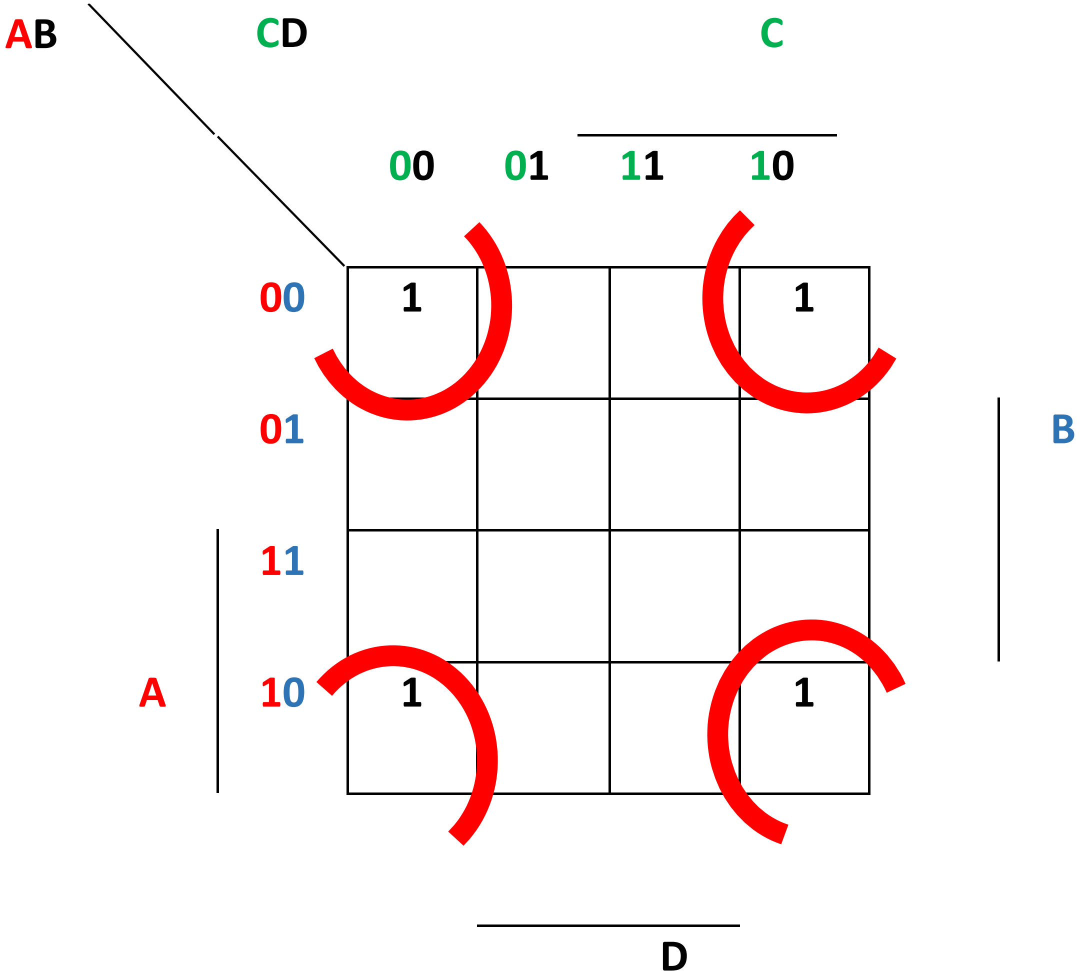
Karnaugh-tábla egyszerűsítés



AB \ CD	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11		1	1	
10				

6) 4 db négyzet alakban elhelyezkedő 1-es összevonható

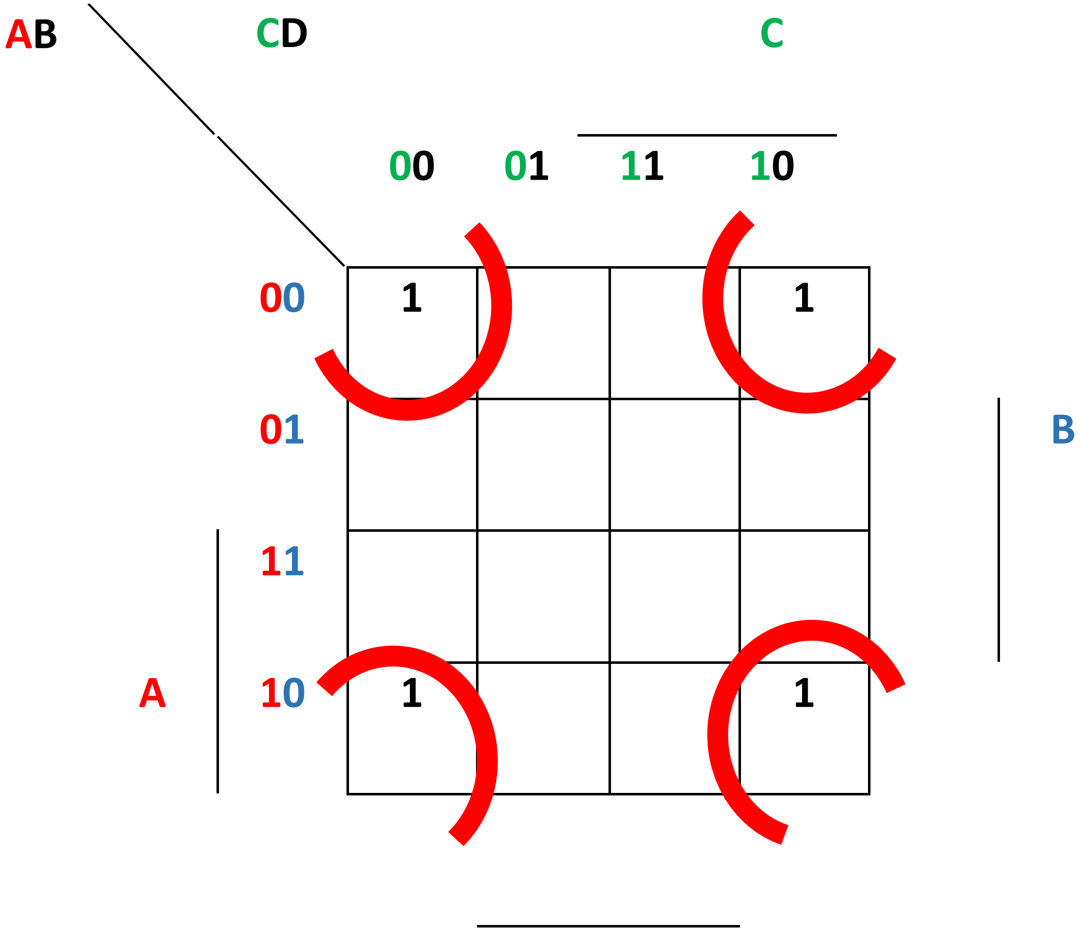
Karnaugh-tábla egyszerűsítés



AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01				
11				
10	1			1

7) A tábla a széleken összefügg.

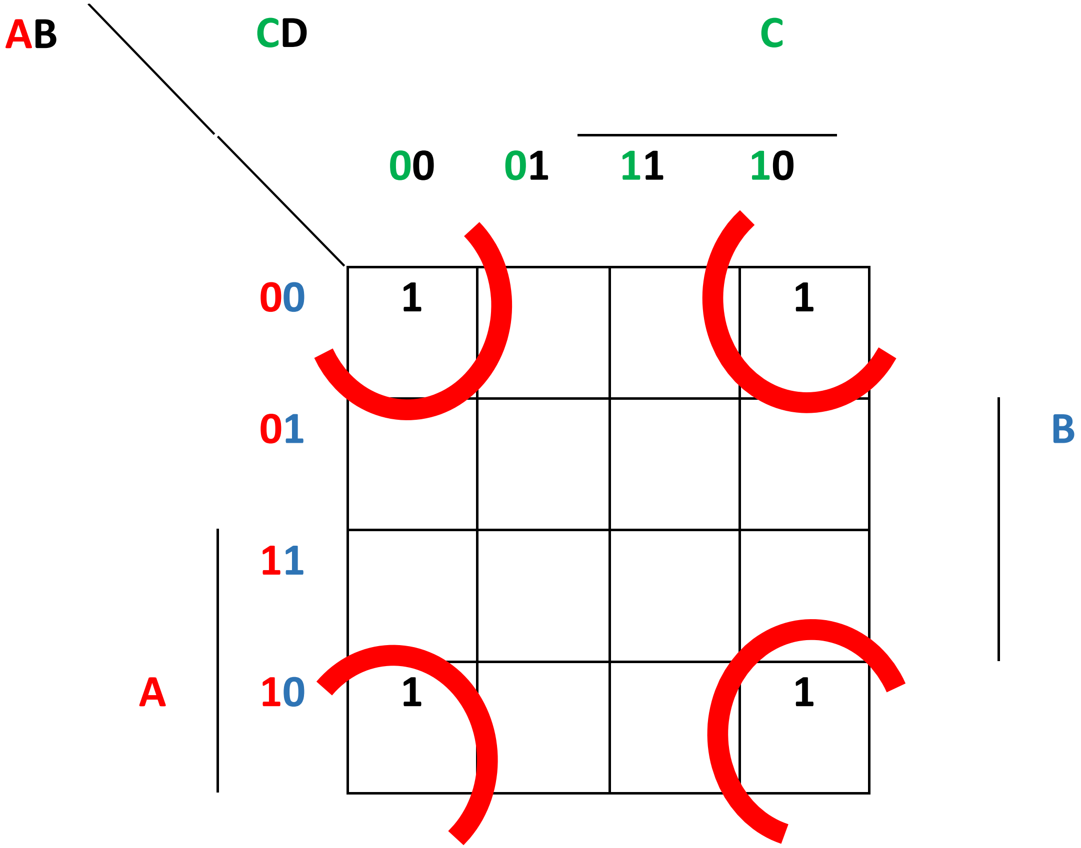
Karnaugh-tábla egyszerűsítés



AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01				
11				
10	1			1

8) A négy sarokban lévő 1-es is négyzet alaknak számít

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

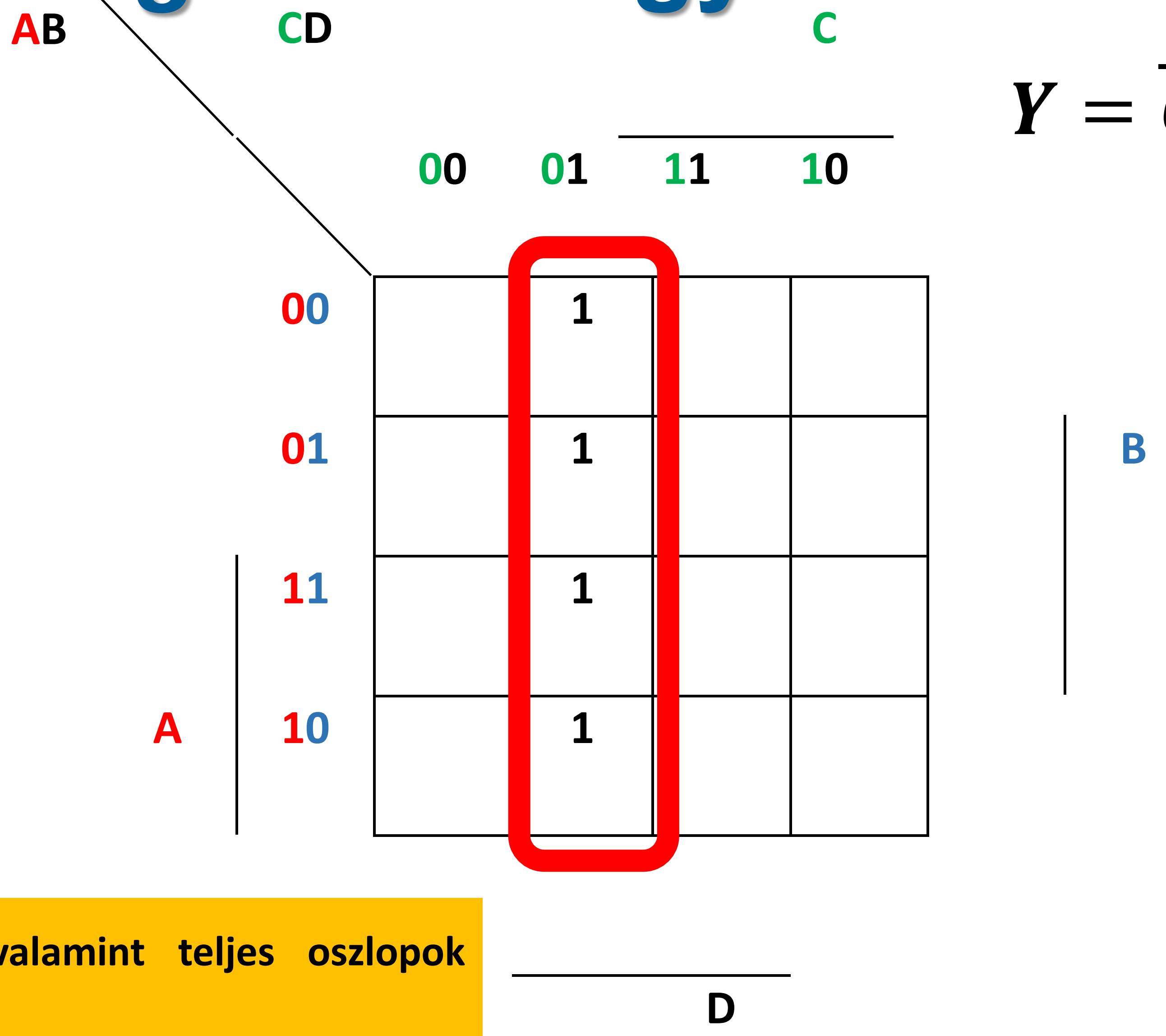


AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01				
11				
10	1			1

9) Egymás mellettinek ill. alattinak számítanak a sorok, ill. oszlopok két végén levő 1-esek is

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

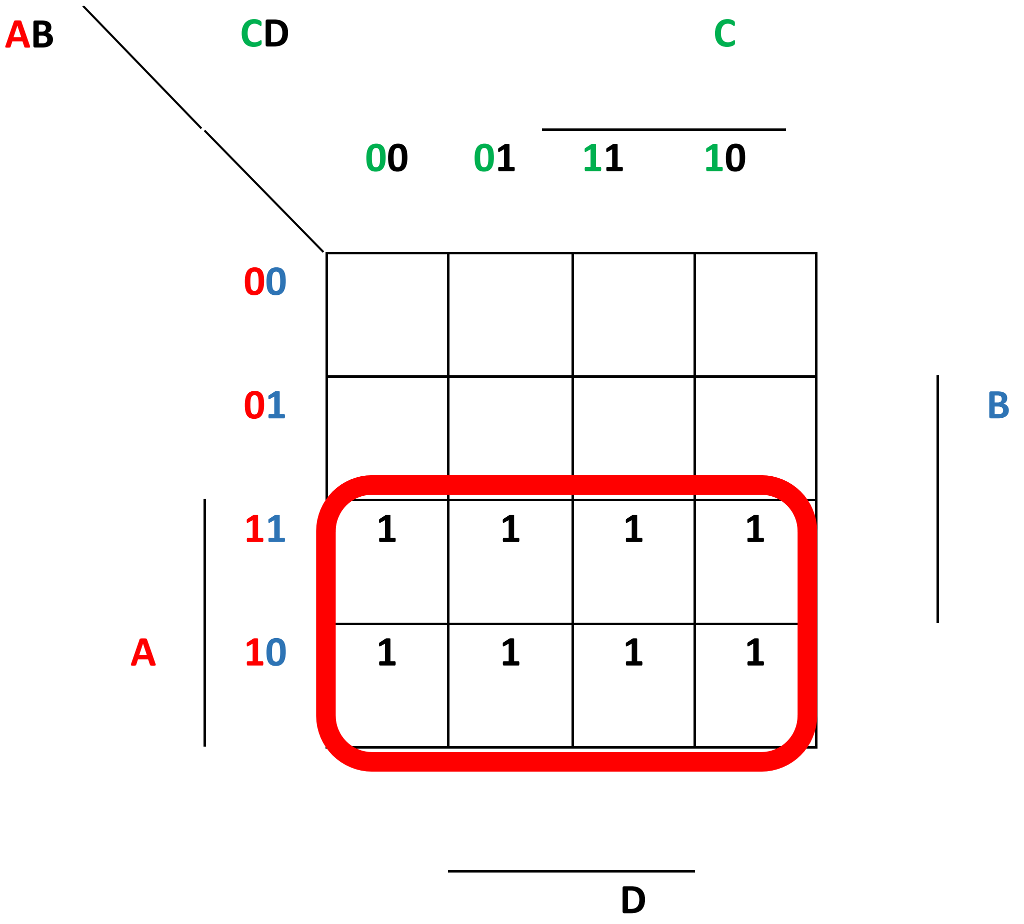
$$Y = \overline{C}D$$



AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01		1		
11		1		
10		1		

10) Teljes sorok valamint teljes oszlopok összevonhatók

Karnaugh-tábla egyszerűsítés



AB \ CD	00	01	11	10
00				
01				
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$$Y = A$$

11) Két szomszédos teljes sor vagy oszlop összevonható

Karnaugh-tábla egyszerűsítés

12) Minél nagyobb hurkokat képzünk, annál több változó esik ki, annál egyszerűbb természetesen a végeredmény.

Digitális komparátor

Legyen egy digitális komparatorunk, melynek az a feladata, hogy két binárisan felírt számot hasonlítson össze. A két szám legyen eltárolva két biten.

Digitális komparátor

Legyen egy digitális komparatorunk, melynek az a feladata, hogy két binárisan felírt számot hasonlítson össze. A két szám legyen eltárolva két biten.

Digitális komparátor

Legyen egy digitális komparatorunk, melynek az a feladata, hogy két binárisan felírt számot hasonlítson össze. A két szám legyen eltárolva két biten.

- ***Y_0 = 1 ha A > B egyébként 0***
- ***Y_1 = 1 ha A = B egyébként 0***
- ***Y_2 = 1 ha A < B egyébként 0***

Digitális komparátor

i	A	B	C	D	Y_0	Y_1	Y_2
0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	1
3	0	0	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0	0	1
7	0	1	1	1	0	0	1
8	1	0	0	0	1	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0
10	1	0	1	0	0	1	0
11	1	0	1	1	0	0	1
12	1	1	0	0	1	0	0
13	1	1	0	1	1	0	0
14	1	1	1	0	1	0	0
15	1	1	1	1	0	1	0

Digitális komparátor

Y_0 = 1 ha A > B egyébként 0

Digitális komparátor

$Y_0 = 1$ ha $A > B$ egyébként 0

	i	A	B	C	D	Y_0	Y_1	Y_2
	0	0	0	0	0	0	1	0
	1	0	0	0	1	0	0	1
	2	0	0	1	0	0	0	1
	3	0	0	1	1	0	0	1
Y1	**4**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	0	0
	5	0	1	0	1	0	1	0
	6	0	1	1	0	0	0	1
	7	0	1	1	1	0	0	1
Y2	**8**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	0	0
Y3	**9**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	0	0
	10	1	0	1	0	0	1	0
	11	1	0	1	1	0	0	1
Y4	**12**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	0	0
Y5	**13**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	0	0
Y6	**14**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	0	0
	15	1	1	1	1	0	1	0

Digitális komparátor

Y_0 = 1 ha A > B egyébként 0

$$Y1 = \overline{A}B\overline{CD}$$

$$Y2 = A\overline{BCD}$$

$$Y3 = A\overline{BC}D$$

$$Y4 = AB\overline{CD}$$

$$Y5 = AB\overline{C}D$$

$$Y6 = ABC\overline{D}$$

	i	A	B	C	D	Y_0	Y_1	Y_2
	0	0	0	0	0	0	1	0
	1	0	0	0	1	0	0	1
	2	0	0	1	0	0	0	1
	3	0	0	1	1	0	0	1
Y1	**4**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	0	0
	5	0	1	0	1	0	1	0
	6	0	1	1	0	0	0	1
	7	0	1	1	1	0	0	1
Y2	**8**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	0	0
Y3	**9**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	0	0
	10	1	0	1	0	0	1	0
	11	1	0	1	1	0	0	1
Y4	**12**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	0	0
Y5	**13**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	0	0
Y6	**14**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	0	0
	15	1	1	1	1	0	1	0

Digitális komparátor

Y_0 = 1 ha A > B egyébként 0

$$Y1 = \overline{A}B\overline{CD}$$

$$Y2 = A\overline{BCD}$$

$$Y3 = A\overline{BC}D$$

$$Y4 = AB\overline{CD}$$

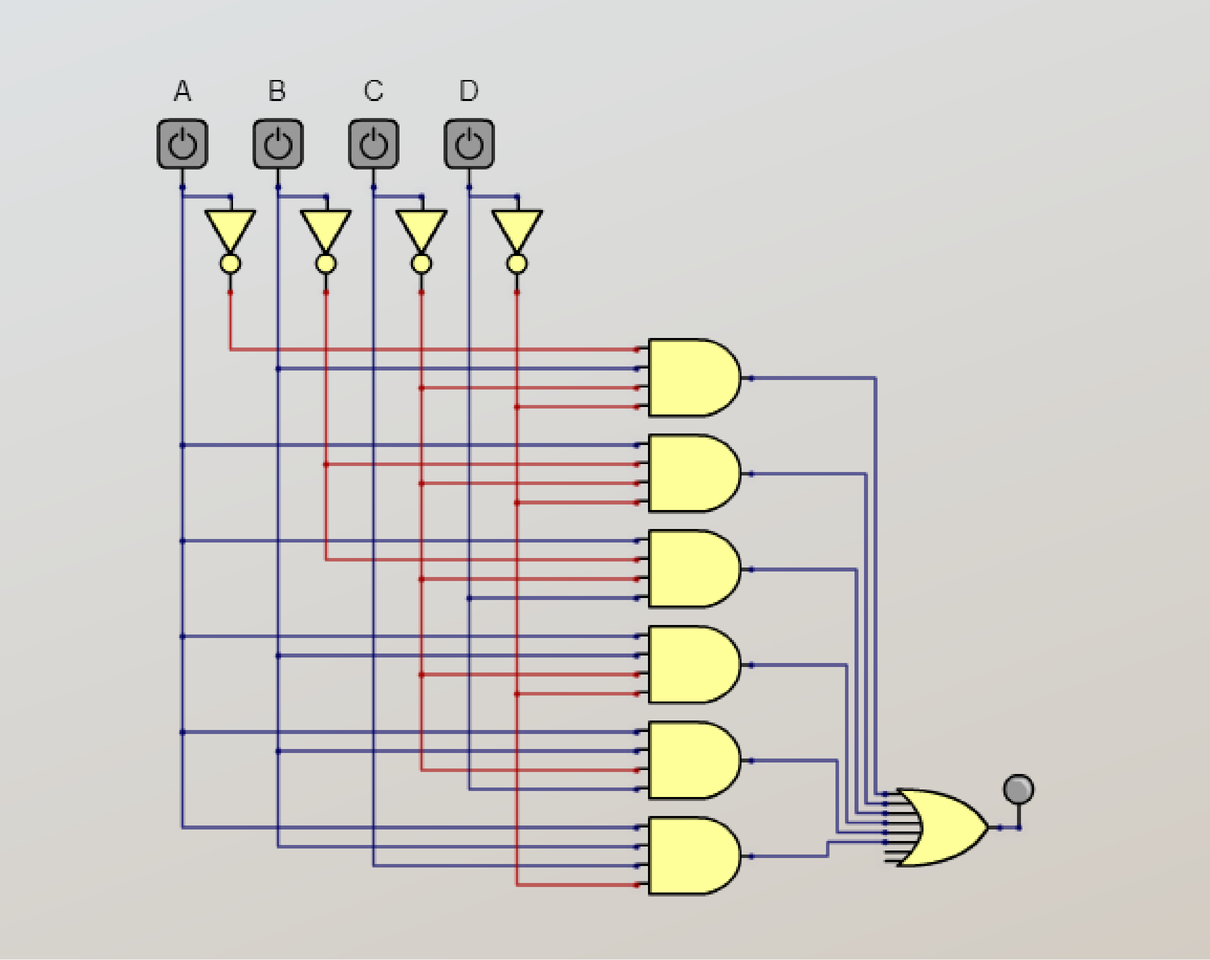
$$Y5 = AB\overline{C}D$$

$$Y6 = ABC\overline{D}$$

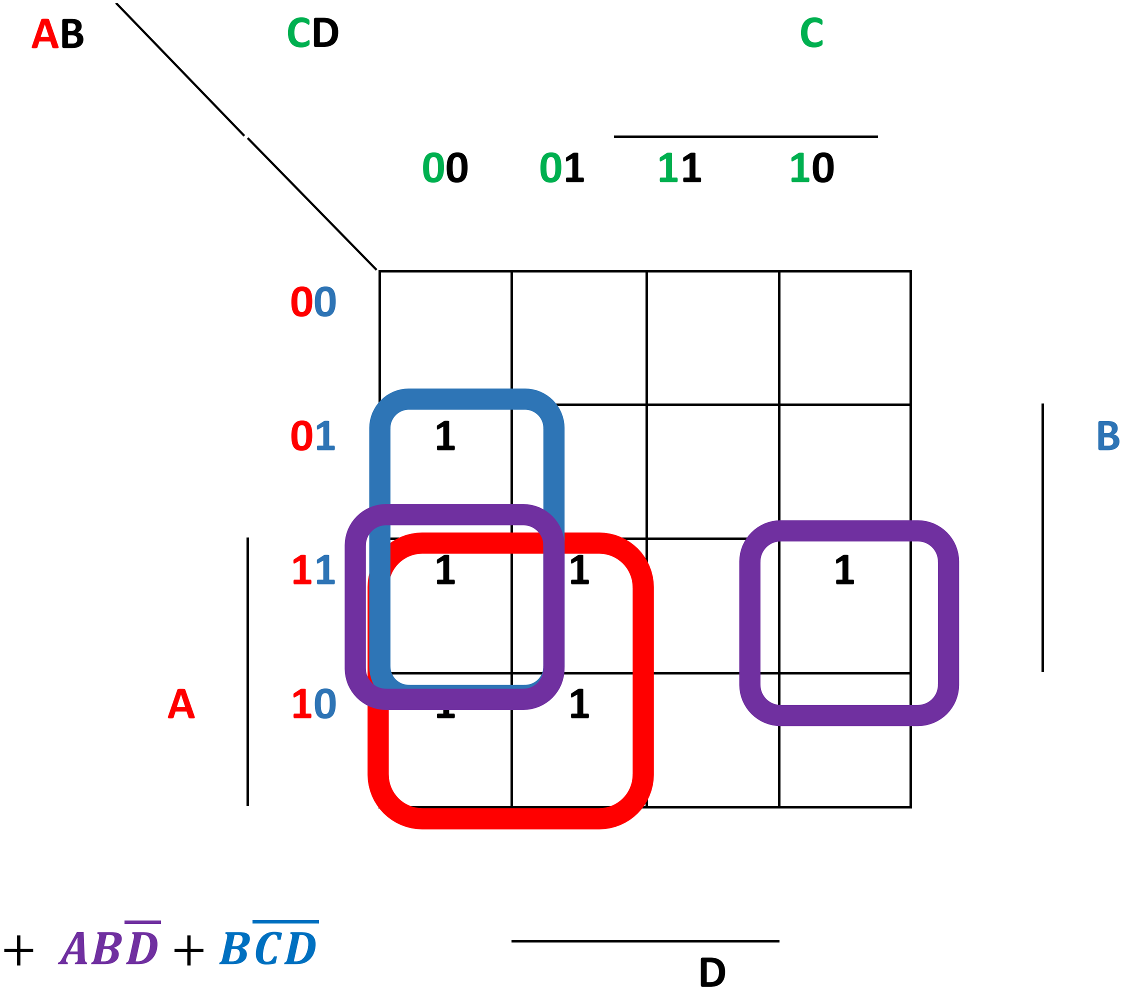
	i	A	B	C	D	Y_0	Y_1	Y_2
	0	0	0	0	0	0	1	0
	1	0	0	0	1	0	0	1
	2	0	0	1	0	0	0	1
	3	0	0	1	1	0	0	1
Y1	4	0	1	0	0	1	0	0
	5	0	1	0	1	0	1	0
	6	0	1	1	0	0	0	1
	7	0	1	1	1	0	0	1
Y2	8	1	0	0	0	1	0	0
Y3	9	1	0	0	1	1	0	0
	10	1	0	1	0	0	1	0
	11	1	0	1	1	0	0	1
					0	1	0	0
Y5	13	1	1	0	1	1	0	0
Y6	14	1	1	1	0	1	0	0
	15	1	1	1	1	0	1	0

$$Y = \overline{A}B\overline{CD} + A\overline{BCD} + A\overline{BC}D + AB\overline{CD} + AB\overline{C}D + ABC\overline{D}$$

Digitális komparátor



Digitális komparátor

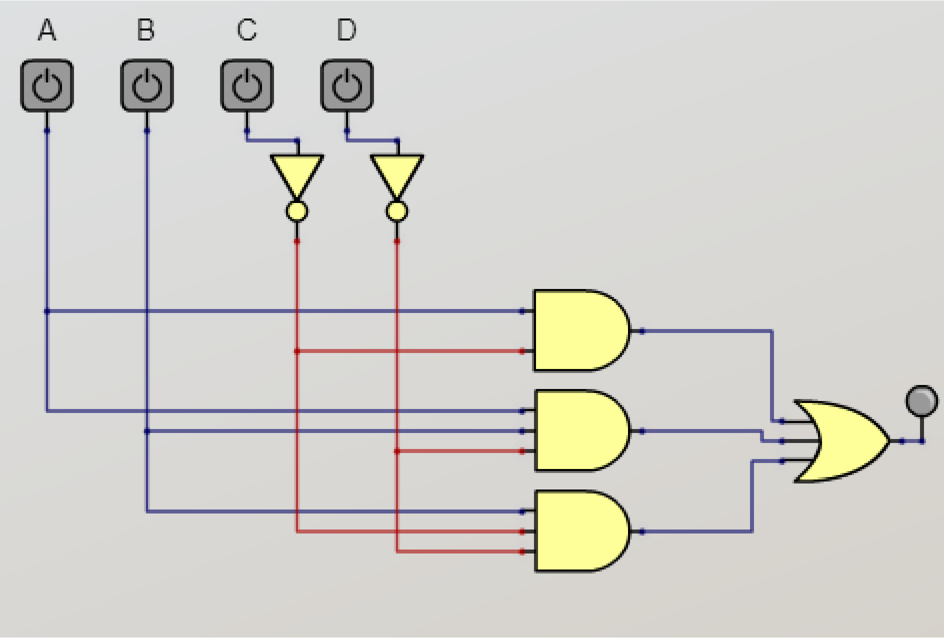


AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1			
11	1	1		1
10	1	1		

$$Y = A\bar{C} + AB\bar{D} + B\overline{CD}$$

$$Y = \bar{A}B\overline{CD} + A\overline{BCD} + A\overline{BC}D + AB\overline{CD} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D}$$

Digitális komparátor

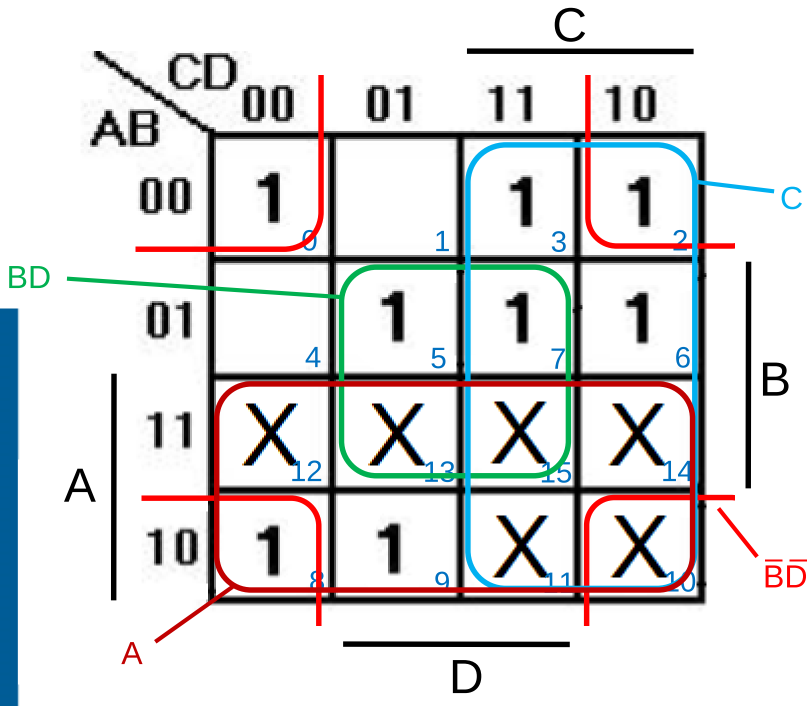


Do not care

- Biztos, hogy az adott változókombináció nem következik be
  - pl. BCD kód
- Nem lényeges, hogy az adott változókombinációnál hogy viselkedik a rendszer
  - Pl. olyan memória cím, ahol nincs fizikailag semmilyen eszköz
- Kikötjük, hogy nem szabad az adott változókombinációt a bemenetre kötni (pl. Reserved)

Don’t care

- ❖ Minél több 1-est, minél nagyobb hurokba bevonni
- ❖ Az X-eket nem kötelező de be lehet vonni hurokba
- ❖ ha kell X-ek felhasználásával



$$Y = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{C} + BD + \overline{\boldsymbol{BD}}$$

Több kimenetű rendszer

$$P = \sum^{4}(13,15)$$

$$Q = \sum^{4}(4,5,10,11,12.13,15)$$

AB CD C

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A

D

AB CD C

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

B

A

D

Több kimenetű rendszer

$$P = \sum^{4}(13,15)$$

$$Q = \sum^{4}(4,5,10,11,12.13,15)$$

AB CD C

	00	01	11	10
00				
01				
11		1	1	
10				

A

D

AB CD C

	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1	1	
10			1	1

B

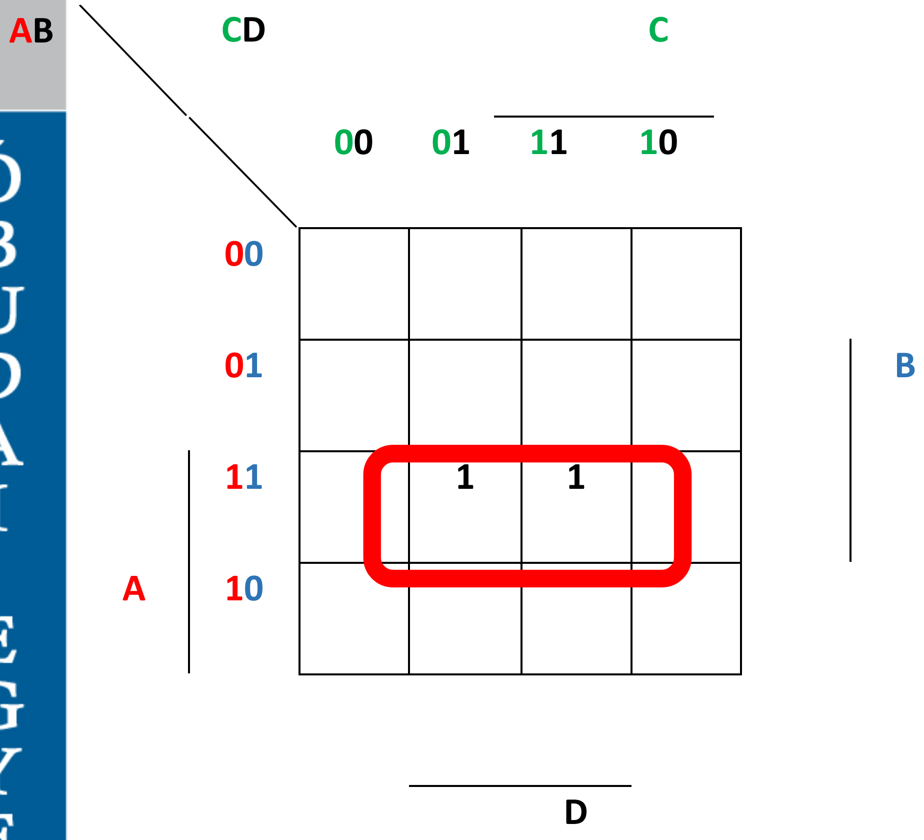
A

D

Több kimenetű rendszer

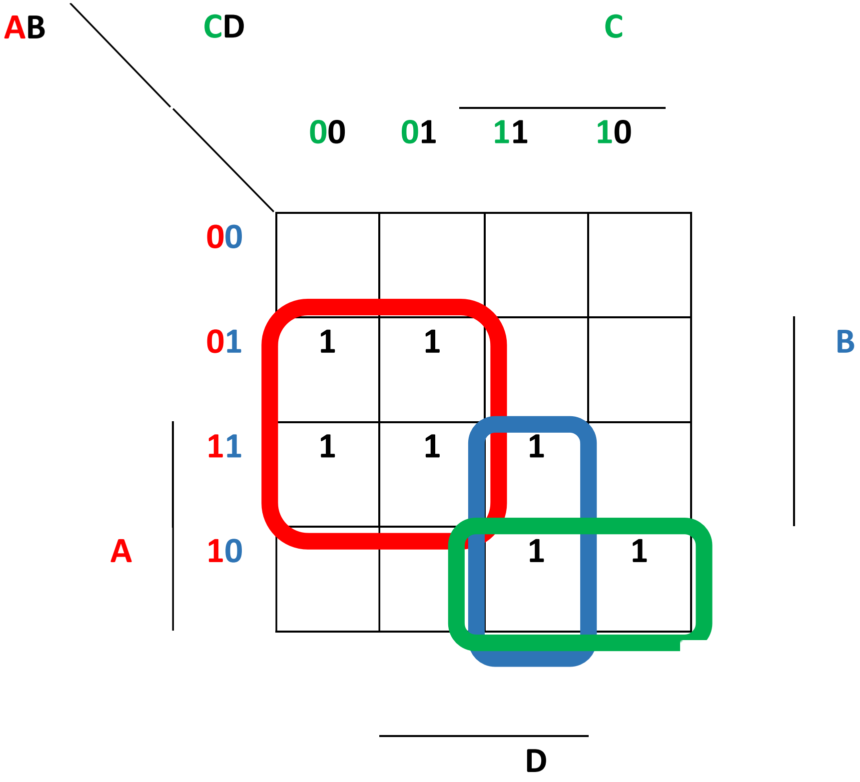
$$P = \sum^{4}(13,15)$$

$$Q = \sum^{4}(4,5,10,11,12.13,15)$$



	00	01	11	10
00				
01				
11		1	1	
10				

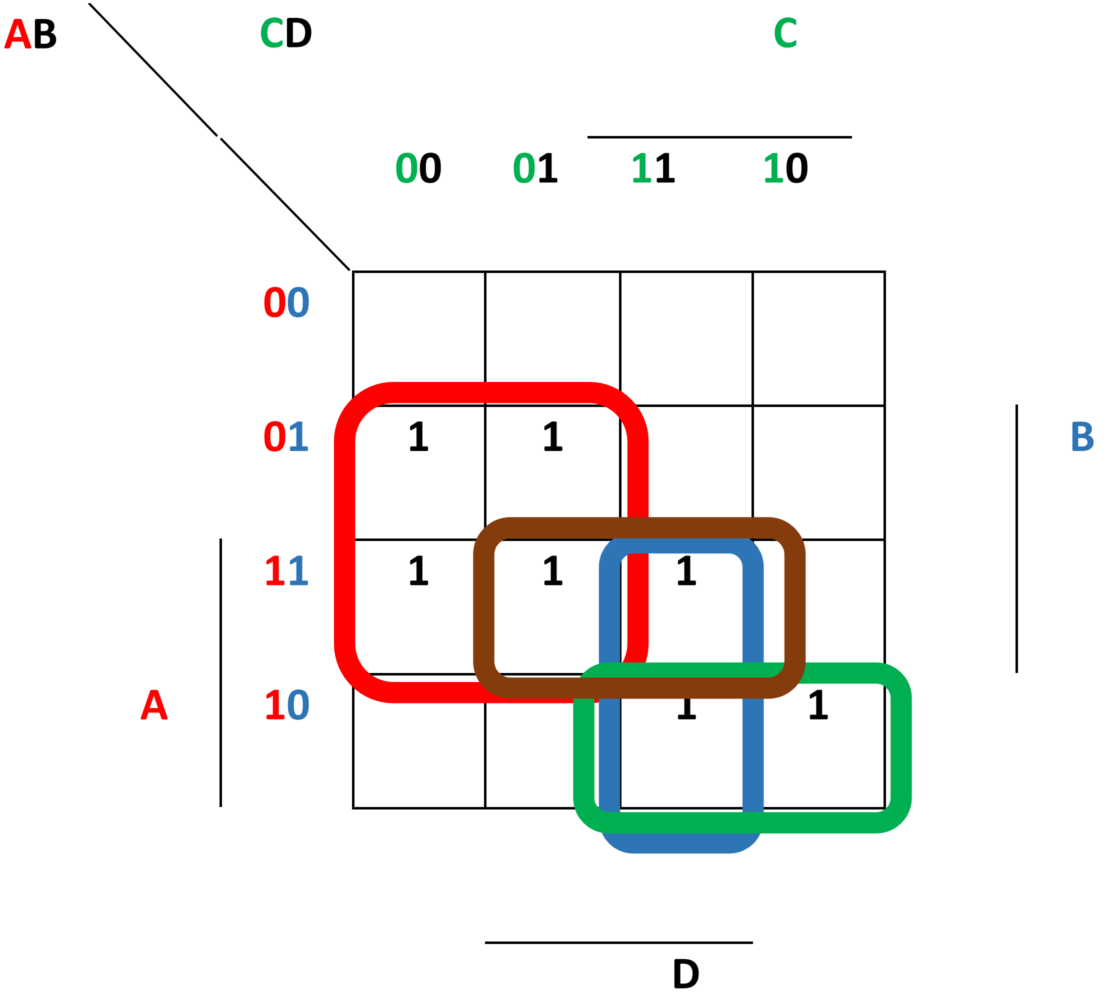
$$P = ABD$$



	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1	1	
10			1	1

$$Q = B\overline{C} + ACD + A\overline{B}C$$

Több kimenetű rendszer



AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1	1	
10			1	1

$$Q = B\overline{C} + ABD + A\overline{B}C$$