



3. hét: Kombinációs hálózatok II.

Steiner Henriette
Egészségügyi mérnök

Digitális technika
2015/2016





Az univerzális logikai függvények és az ezeket megvalósító építőelemek

Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M

Digitális technika
2015/2016

www.uni-obuda.hu





Logikai függvények

A logikai függvények olyan matematikai leképezések, melyek a 0 és 1 számokból álló véges sorozatokhoz rendelik a 0 vagy 1 számot.

$$f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$$





A logikai ÉS kapcsolat

- Minden állításnak igaznak kell lennie ahhoz, hogy a következtetés is igaz legyen
- Másként fogalmazva
 - az egyik ÉS a másik ÉS az n.-edik állításnak is igaznak kell lennie, hogy a következtetés is igaz legyen
- Pl:
 - Ha Dénes és Sándor egy napon születtek **és** azonosak a szülei, akkor Dénes és Sándor ikrek

Algebrai alak:

$$Y = A \cdot B = AB = A \&\& B$$

Utasításlista:

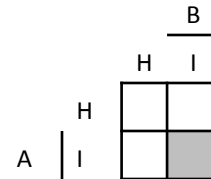
(VHDL)

$$Y <= A \text{ and } B$$

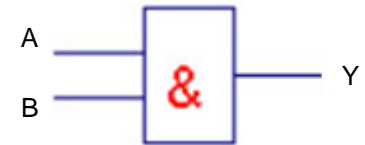
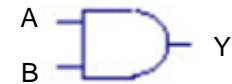
Igazságtáblázat:

B	A	Y = AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

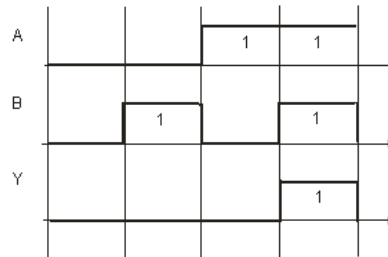
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



Idődiagram:





Logikai VAGY kapcsolat

- Legalább egy állításnak igaznak kell lennie ahhoz, hogy a következtetés is igaz legyen.
- Másként fogalmazva
 - VAGY az 1, 2 VAGY az n-edik állításnak igaznak kell lennie, hogy a következtetés is igaz legyen.
- Pl:
 - Ha Judit és Sándor apja vagy anyja azonos, akkor Judit és Sándor testvérek

Algebrai alak:

$$Y = A+B = A \parallel B$$

Utasításlista:

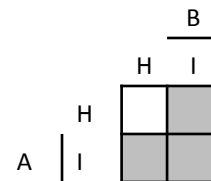
(VHDL)

$$Y <= A \text{ or } B$$

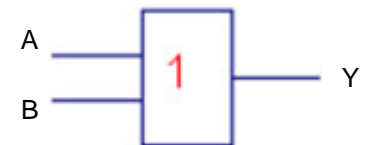
Igazságtáblázat:

B	A	Y = A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

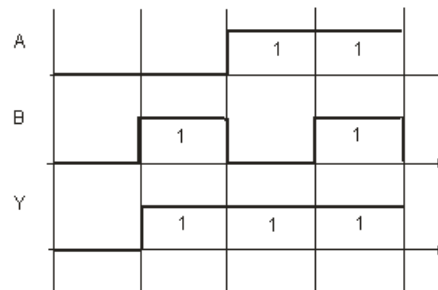
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



Idődiagram:





A logikai NEM

- Ha egy állítás igaz, akkor a következtetés hamis,
- Másként fogalmazva
 - Ha egy állítás hamis, akkor a következtetés igaz.
- Pl:
 - Ha holnap esik az eső, akkor nem megyünk kirándulni

Algebrai alak:

$$Y = \bar{A} = !A$$

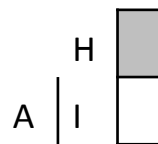
Utasításlista: (VHDL)

```
Y <= not A
```

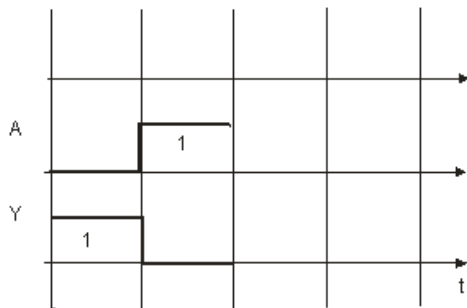
Igazságtáblázat:

A	$Y = \bar{A}$
0	1
1	0

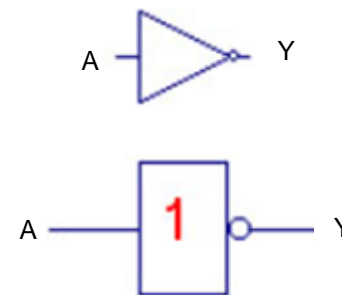
Veitch-diagram:



Idődiagram:



Szimbolikus jelképek:





A logikai NEGÁLT ÉS

- Ha egy állítás igaz és a másik hamis, akkor a következtetés igaz
- Ha mindkét állítás igaz, akkor a következtetés hamis

Algebrai alak:

$$Y = \overline{A \cdot B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

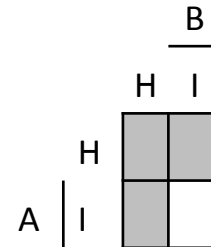
Utasításlista: (VHDL)

Y <= A NAND B

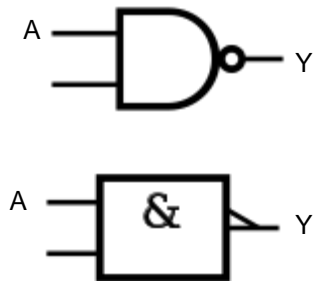
Igazságtáblázat:

B	A	Y = A nand B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

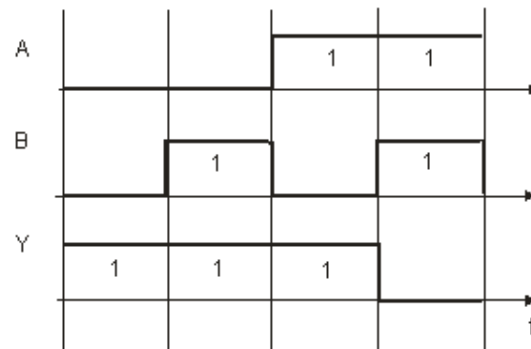
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



Idődiagram:





A logikai NOR /Negált Vagy

- Ha mindkét állítás hamis, akkor a következtetés igaz,

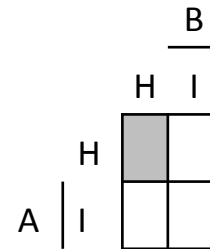
Algebrai alak:

$$Y = \overline{A + B}$$

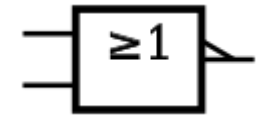
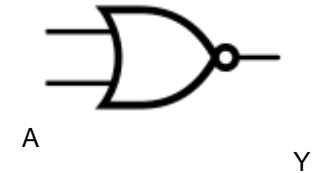
Igazságtáblázat:

B	A	Y = A nor B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Veitch-diagram:



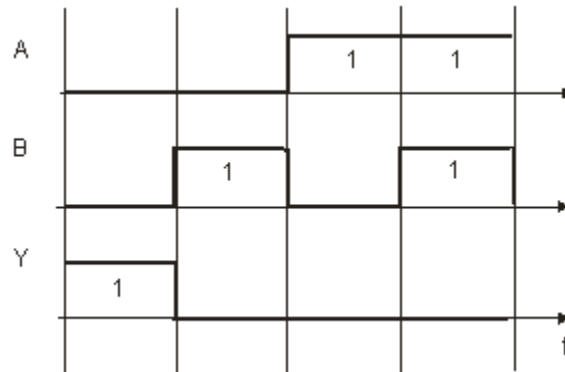
Szimbolikus jelképek:



Utasításlista: (VHDL)

Y <= A nor B

Idődiagram:



A

Y





A logikai XOR (kizáró vagy, antivalencia)

- Ha mindkét állítás igaz vagy hamis akkor a következtetés hamis

Algebrai alak:

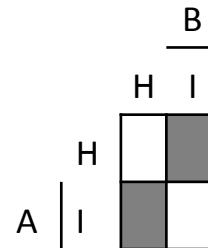
$$Y = A \oplus B$$

Utasításlista:
(VHDL)

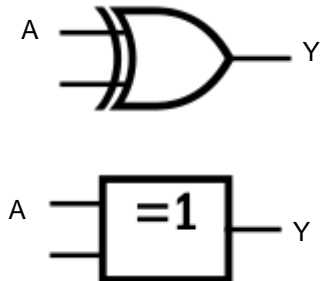
Igazságtáblázat:

B	A	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

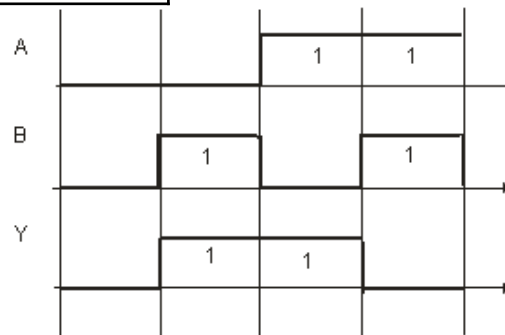
Veitch-diagram:



Szimbolikus jelképek:



Idődiagram:





A logikai XNOR negált kizáró vagy, ekvivalencia

- Ha mindkét állítás igaz vagy hamis, akkor a következtetés igaz

Algebrai alak:

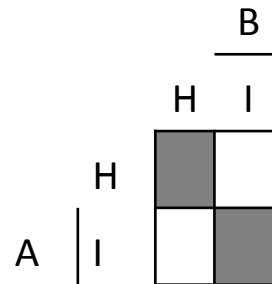
$$Y = \overline{A \oplus B}$$

Utasításlista: (VHDL)

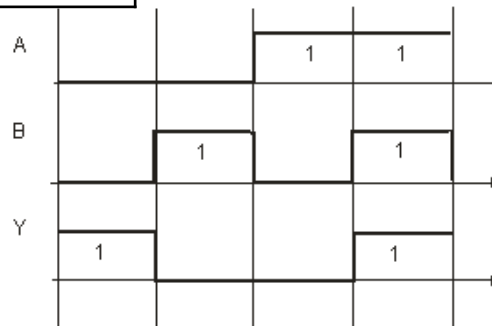
Igazságtáblázat:

B	A	Y =
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

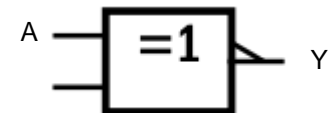
Veitch-diagram:



Idődiagram:



Szimbolikus jelképek:





Logikai függvények felírása

- ❖ Logikai függvények normál (kanonikus) alakjai
 - ❖ Diszjunktív normál alak
 - ❖ Konjunktív normál alak

Ld az előző előadást!





Diszjunktív alak

❖ Soronként

$$Y1 = ABC\bar{C}$$

$$Y2 = A\bar{B}C$$

$$Y3 = \bar{A}BC$$

$$Y4 = ABC$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A diszjunkt - alakú függvény felírása

1) $Y = 1$

2) Változók között ÉS
Igaz = ponált alak
Hamis = tagadott

3) A részfüggvényeket
VAGY - gyal kötjük össze.

$$Y = ABC\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC$$

$$Y = (ABC\bar{C} + ABC) + (A\bar{B}C + ABC) + (\bar{A}BC + ABC)$$

$$Y = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

Diszjunktív teljes normál alak

$$A + A + \dots + A = A$$

$$\bar{A} + A = \bar{B} + B = \bar{C} + C = 1$$

Diszjunktív NEM teljes normál alak



Konjunktív alak

❖ Soronként

$$Y1 = A + B + C$$

$$Y2 = \bar{A} + B + C$$

$$Y3 = A + \bar{B} + C$$

$$Y4 = A + B + \bar{C}$$

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

A konjunkt - alakú függvény felírása

- 1) $Y = 0$
- 2) Változók között VAGY
Igaz = tagadott alak
Hamis = ponált alak
- 3) A részfüggvényeket ÉS - gyal kötjük össze.

$$Y = (A + B + C)(\bar{A} + B + C)(A + \bar{B} + C)(A + B + \bar{C}) \quad \text{Konjunktív teljes normál alak}$$

$$Y = (B + C)(A + C)(A + B)$$

Konjunktív NEM teljes normál alak



A szisztematikus tervezési módszerek alapjai

Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M

Digitális technika
2015/2016

www.uni-obuda.hu





Univerzális műveleti elemekkel

- 1) A bemeneti és a kimeneti változók meghatározása
- 2) A bemeneti és a kimeneti jelek ismeretében az igazságtáblázat(ok) felírása
- 3) A logikai függvény meghatározása (A diszjunkt alakkal célszerűbb dolgozni)
- 4) A logikai függvény egyszerűsítése (pl. Karnaugh – táblás módszerrel)
- 5) A logikai függvény egyszerűsített alakja alapján megtervezzük a kapcsolást.
- 6) A kész kapcsolási rajzot szimulációs programba rajzolhatjuk.
- 7) A működő rendszert letölthetjük kész FPGA panelra, vagy magunk gyárthatunk/gyártathatunk nyákok hozzá.





Univerzális műveleti elemekkel

- ❖ Eddig a logikai függvények megvalósításánál ÉS, VAGY kapukat ill. INVERTER-eket alkalmaztunk





Univerzális műveleti elemekkel

- ❖ Eddig a logikai függvények megvalósításánál ÉS, VAGY kapukat ill. INVERTER-eket alkalmaztunk
- ❖ Építkezhetünk univerzális logikai elemekből is (minden művelet előállítható velük)





Univerzális műveleti elemekkel

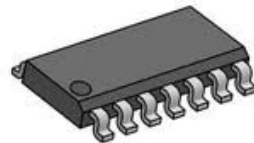
- ❖ Eddig a logikai függvények megvalósításánál ÉS, VAGY kapukat ill. INVERTER-eket alkalmaztunk
- ❖ Építkezhetünk univerzális logikai elemekből is (minden művelet előállítható velük)
 - ❖ Előny
 - ❖ Csak egyfajta építőelemre, kapuáramkörre van szükség
 - ❖ Az IC gyártóknak nem kell többféle kapu gyártástechnológiáját egyetlen chipen belül kombinálni



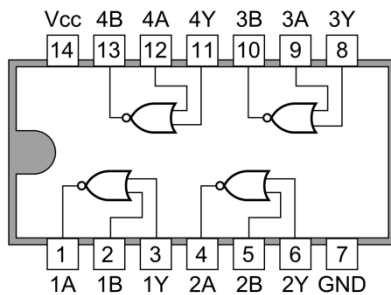
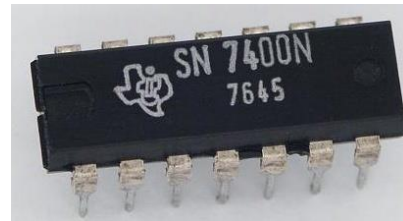


Kapuáramkörök

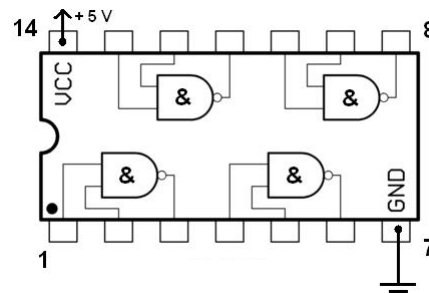
- 7400: NAND
 - 7402: NOR
 - 7404: NOT
 - 7408: AND
 - 7432: OR
 - 7486: XOR



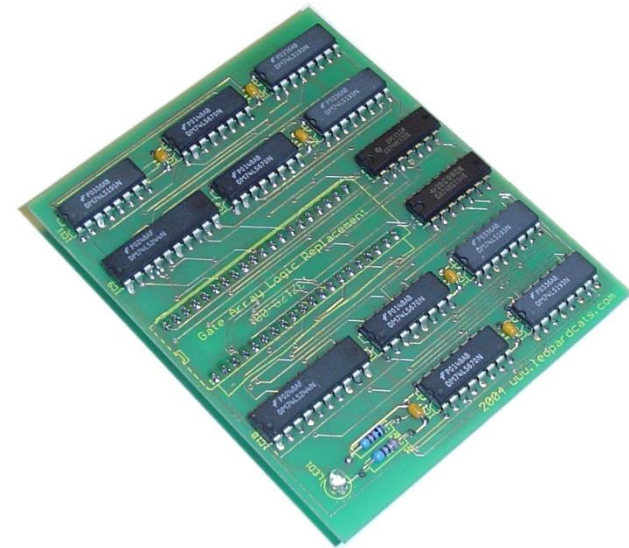
SO-14



7402



7400





Univerzális műveleti elemekkel

A De Morgan-szabályok értelmében

egy AND kapu átalakítható OR kapuvá a bemenetek és a kimenetek invertálásával.

de Morgan-képletek: ,

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$





Univerzális műveleti elemekkel

- ❖ Belátható, hogy NAND kapukkal és NOR kapukkal is helyettesíthető mindhárom alapművelet
 - ❖ Egy OR kapu 3 NAND-al valósítható meg
 - ❖ Ellentmond az egyszerűség követelményének
 - ❖ Szerencsére van jobb megoldás, mint a közvetlen helyettesítés.





Ekvivalens megvalósítás

AND-OR megvalósítás:

NAND kapus megvalósítás:

Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M





Ekvivalens megvalósítás

AND-OR megvalósítás:

$$Y = \bar{A}B + C$$

NAND kapus megvalósítás:

$$Y = \overline{(\bar{A}B) \cdot C}$$

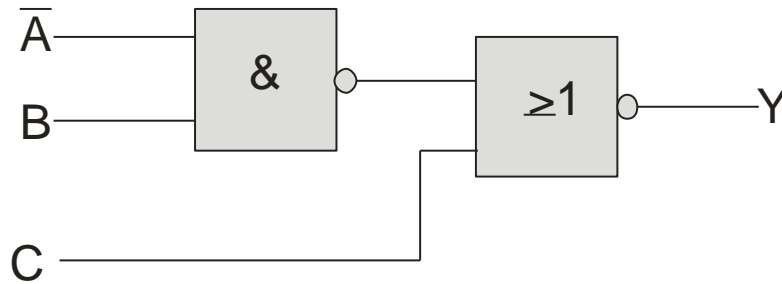




Ekvivalens megvalósítás

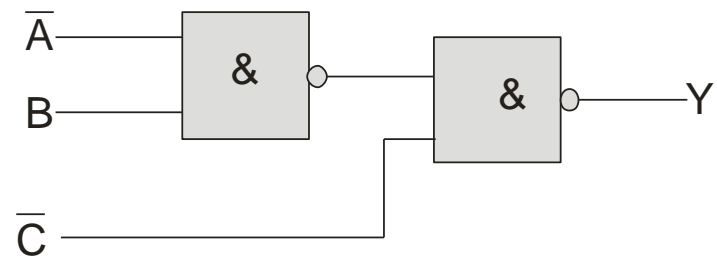
AND-OR megvalósítás:

$$Y = \bar{A}B + C$$



NAND kapus megvalósítás:

$$Y = \overline{(\bar{A}B) \cdot C}$$

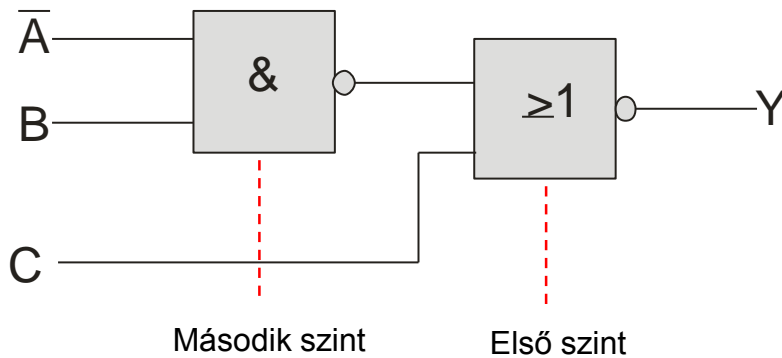




Ekvivalens megvalósítás

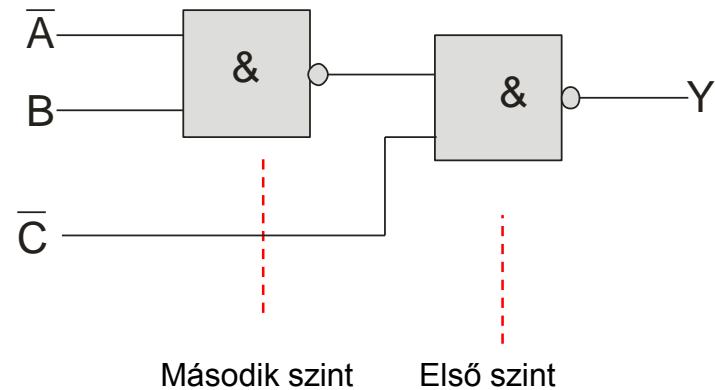
AND-OR megvalósítás:

$$Y = \bar{A}B + C$$



NAND kapus megvalósítás:

$$Y = \overline{\overline{(\bar{A}B)} \cdot C}$$

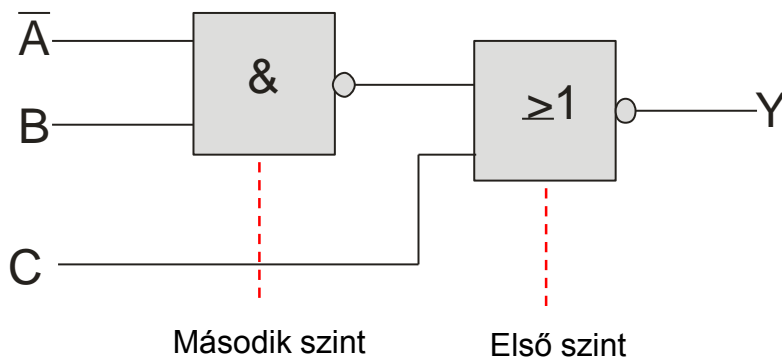




Ekvivalens megvalósítás

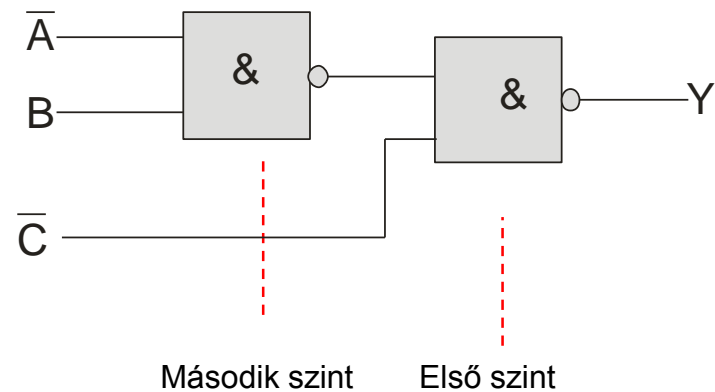
AND-OR megvalósítás:

$$Y = \bar{A}B + C$$



NAND kapus megvalósítás:

$$Y = \overline{(\bar{A}B)} \cdot C$$



A kombinációs hálózat szintjeinek száma

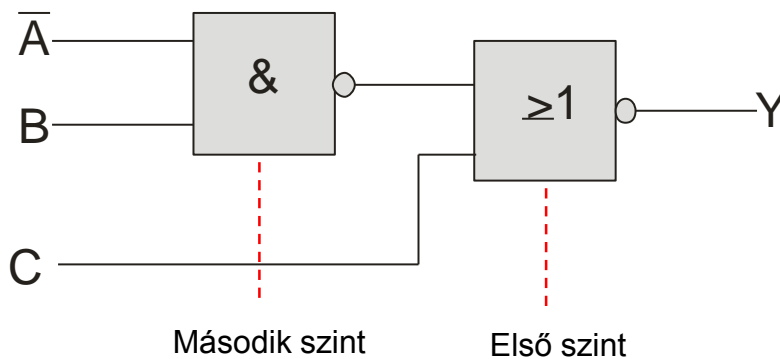
- 1) A bemenetről maximálisan hány kapun keresztül haladva jutunk el a kimenetre
- 2) A szintek számozását a kimenetről kezdjük



Ekvivalens megvalósítás

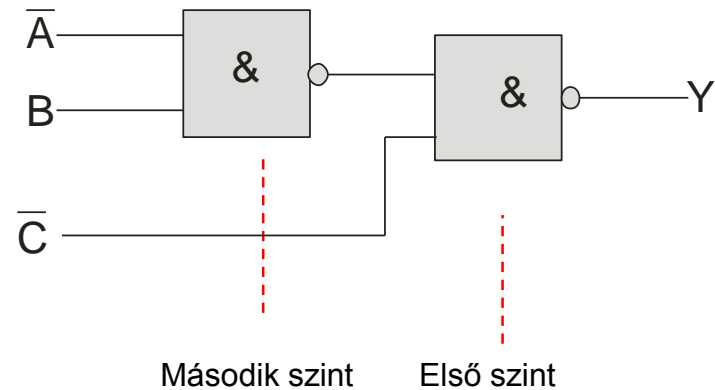
AND-OR megvalósítás:

$$Y = \bar{A}B + C$$



NAND kapus megvalósítás:

$$Y = \overline{(\bar{A}B) \cdot C}$$



A kombinációs hálózat szintjeinek száma

- 1) A bemenetről maximálisan hány kapun keresztül haladva jutunk el a kimenetre
- 2) A szintek számozását a kimenetről kezdjük

A szintek fogalmát felhasználva a NAND kapus megvalósításnál

A diszjunktív normál alakból közvetlenül megépített ÉS-VAGY hálózat kapuit NAND kapukra cseréljük

A közvetlenül az első szintre kapcsolódó bemeneteket az eredeti negáltjával helyettesítjük



A vizsgálat alapeszközei és legfontosabb módszerei

Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M

Digitális technika
2015/2016

www.uni-obuda.hu





Funkcionális áramkörök

A funkcionális áramkörök olyan digitális integrált áramkörök, amelyeket **bizonyos áramköri funkciók megvalósítására** hoztak létre.





Funkcionális áramkörök

Jellemzőjük

- ❖ kapu,
- ❖ tároló áramkörökből





Funkcionális áramkörök

Jellemzőjük

- ❖ kapu,
- ❖ tároló áramkörökből

Megfelelő lábkivezetésre

- ❖ Tápfeszültség pontokat
- ❖ Kimenet
- ❖ Bemenetek
- ❖ Funkcionális áramköröket felépítő alapelemeket a tokon belül kötik össze.





Funkcionális áramkörök

- ❖ multiplexerek,
- ❖ demultiplexerek,
- ❖ kódolók,
- ❖ dekódolók,
- ❖ aritmetikai (műveletvégző) áramkörök,
- ❖ regiszterek,
- ❖ számláló áramkörök.





A vizsgálat alapeszközei

Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M

Digitális technika
2015/2016

www.uni-obuda.hu





Alapeszközök

- ❖ Elméleti háttér
- ❖ Műszerek

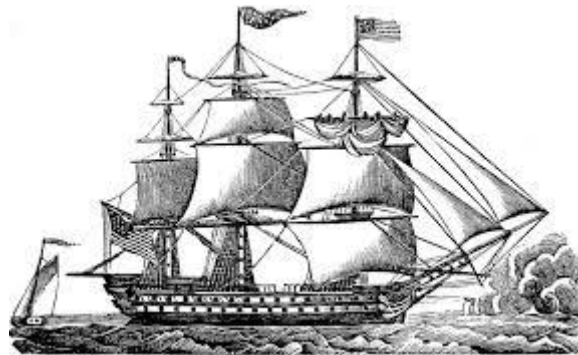




Alapeszközök

- ❖ Elméleti háttér
- ❖ Műszerek

Céltalan hajósnak...





Ohm törvény

$$I = \frac{U}{R}$$

$$U = RI$$

Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M





Kirhoff törvény

A töltésmegmaradás törvényének kifejezése az úgynevezett **csomóponti törvény**: egy csomópontba összefutó áramok előjeles összege nulla. Ha a ki- és befolyó áramokat ellentétes előjelűnek tekintjük:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$





Kirhoff törvény

Az energiamegmaradás törvényének következménye a **huroktörvény**, mely szerint egy zárt vezetőhurok feszültségeinek előjeles összege zérus:

$$\sum_{i=1}^n U_i = 0$$





A Deprez műszer

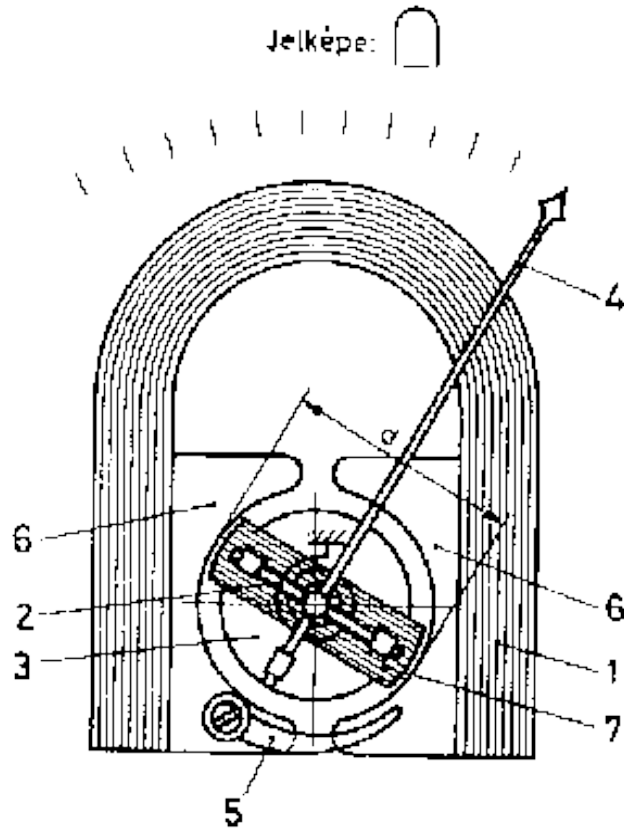
Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M



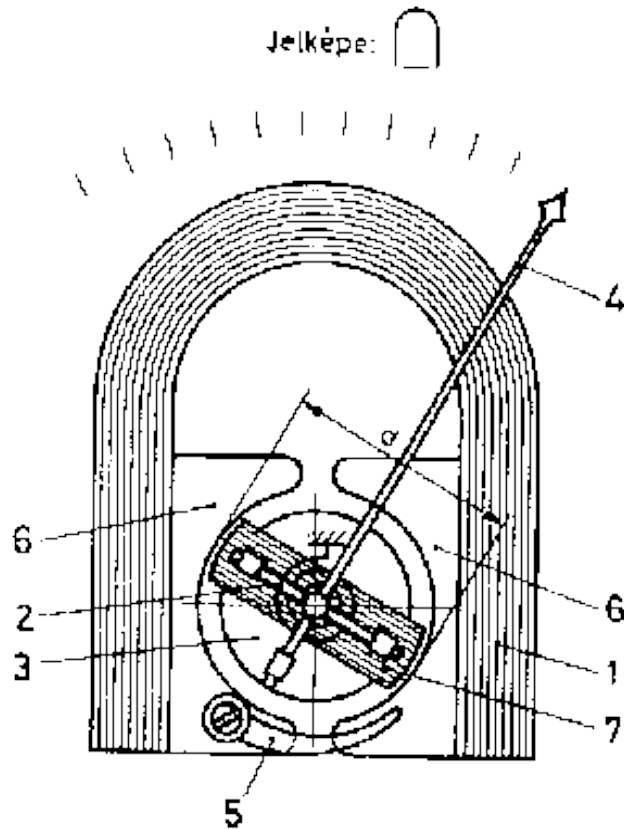


A Deprez műszer





A Deprez műszer




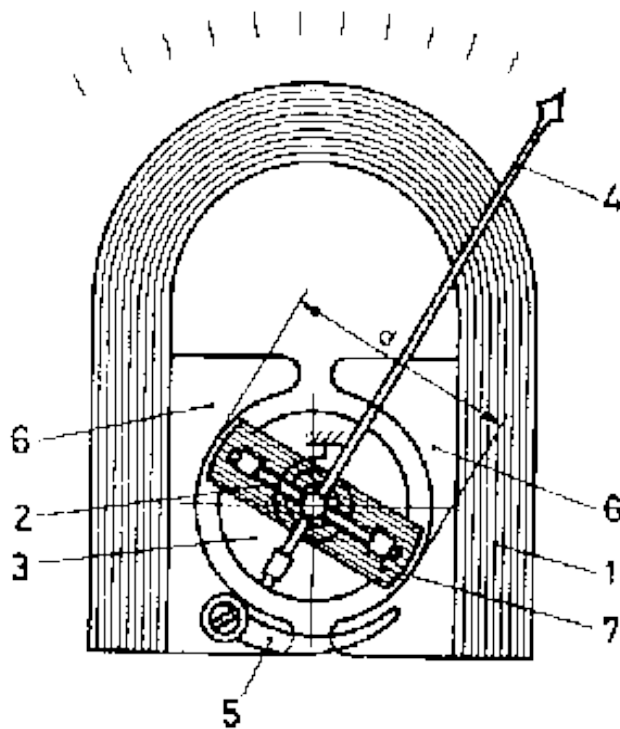
- 1) állandó mágnes;
- 2) spirálrugó;
- 3) lágyvas mag;
- 4) mutató;
- 5) mágneses sönt;
- 6) lágyvas pólussaruk;
- 7) lengő tekercs





A Deprez műszer

Jelképe: 




Az elektromos jellemzők :

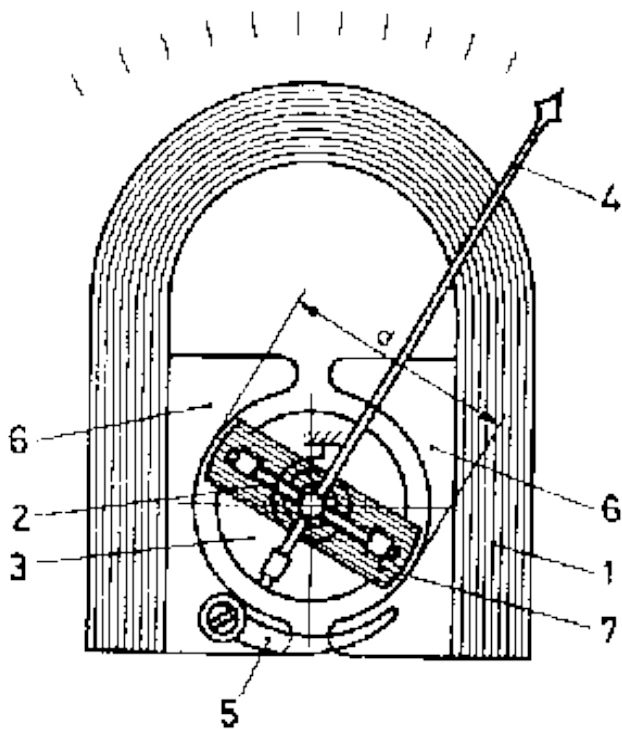
- ❖ Végkitéréshez szükséges áramerősség
- ❖ Műszer tekercsének ellenállása





A Deprez műszer

Jelképe: 



Járvulékos műszerminősítő paraméter
(műszer végkitéréséhez szükséges)
teljesítmény

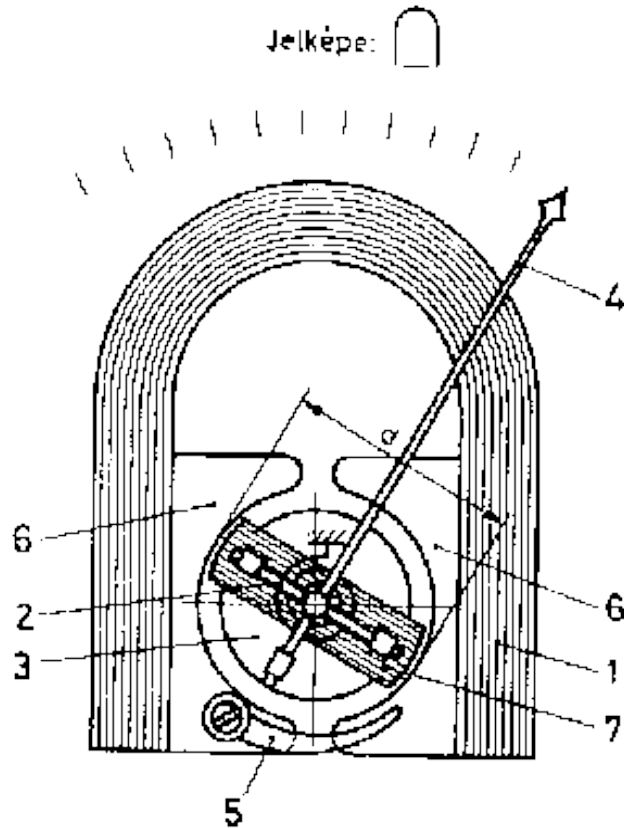
$$P = I^2 R$$

amely minél kisebb, annál kevésbé „zavarja meg” a mérés alkalmával a mérendő áramkör műszer beiktatása előtti paramétereit.





Árammérés

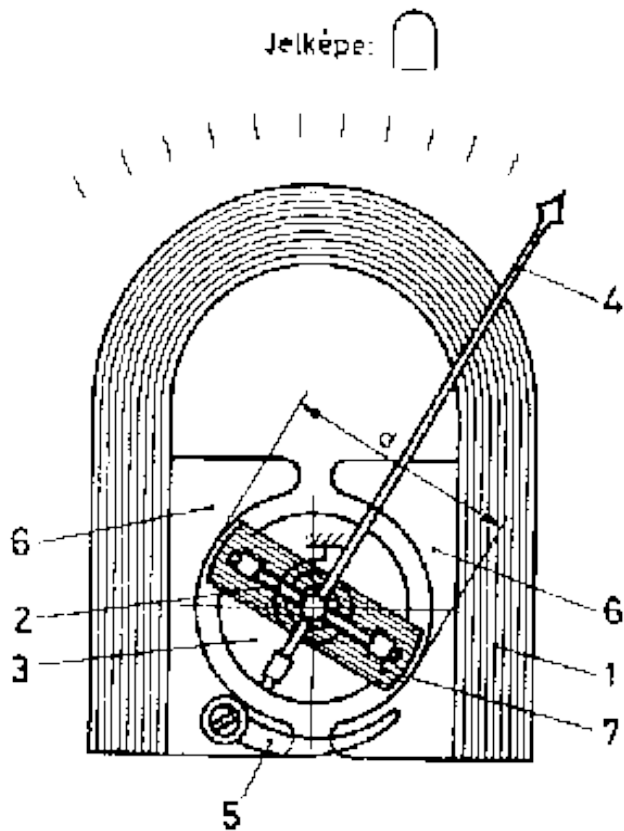


Tehát ha például a műszerrel **párhuzamosan kötött** ellenállás a műszer belső ellenállásának $1/99$ -e, akkor ezen a sönt ellenálláson 99-szer több áram fog átfolyni, mint a műszeren, azaz végső soron az így kialakított áramkörrel 100-szor nagyobb áramot tudunk mérni, mint az alapl műszerrel.





Feszültségmérés



Mivel a műszernek van egy meghatározott belső ellenállása, az átfolyó áram erőssége az Ohm törvény értelmében

$$I = \frac{U}{R}$$

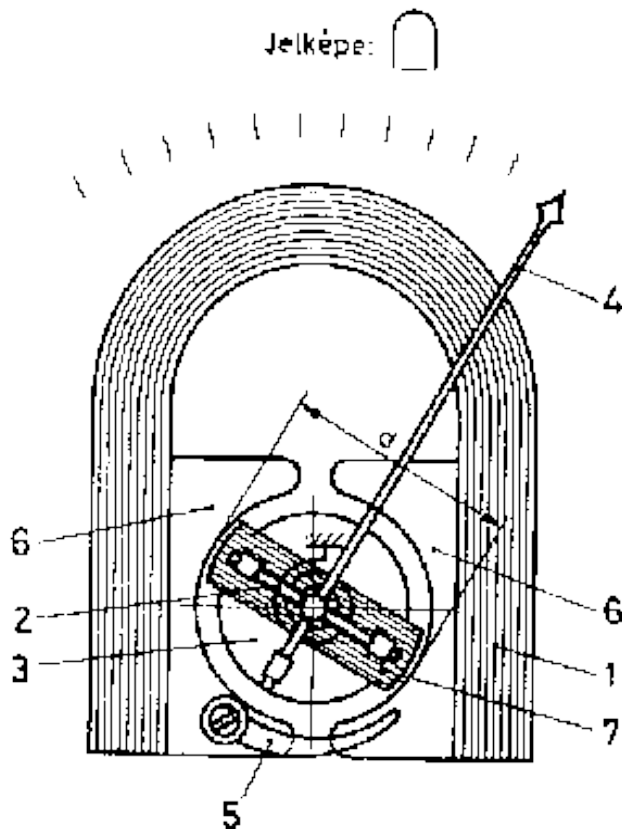
Ha például
 $R=1 \text{ k}\Omega$ a fenti műszer belső ellenállása,
 $I=100 \text{ }\mu\text{A}$
 $U = I \cdot R = 100 \text{ mV}$
Uszeretnénk = 10 V
 $R_{el\acute{e}}=100R$.

Sorosan





Ellenállásmérés



Nem lineáris skálán: egy állandó tápfeszültségű forrásra kapcsoljuk rá a mérendő ellenállást és az árammérő műszert sorosan.

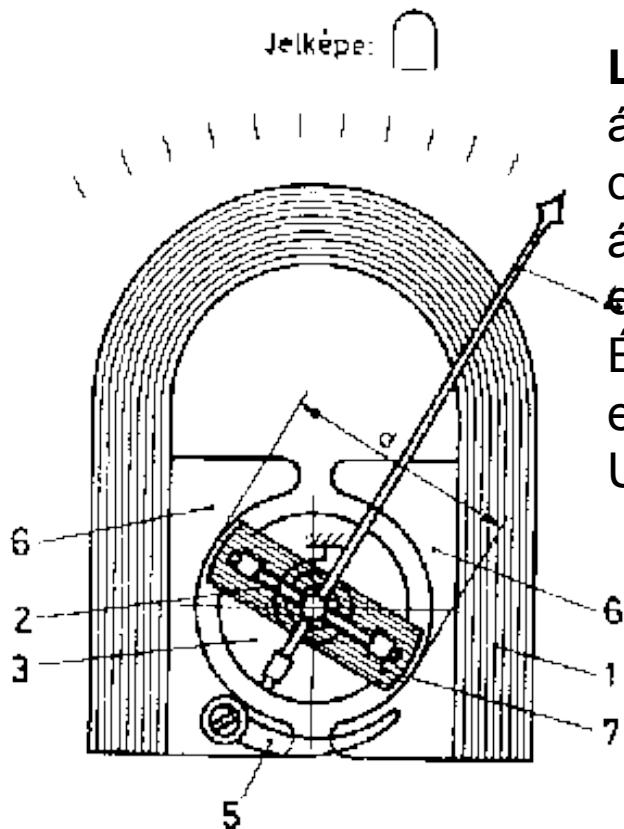
$$\text{A kialakuló áram: } I = \frac{U}{R}$$

Ha fele akkora az ellenállás, akkor dupla akkora az áram, ha negyede az ellenállás, akkor négyszer akkora az áram és vele együtt a műszer kitérése is. Tehát ilyen, nem lineáris skálát kell az előlapra nyomtatni.





Ellenállásmérés



Lineáris skálával: ez esetben áramgenerátort kell létrehozni, azaz egy olyan áramkört, amely állandó áramerősséget próbál áthajtani a mérendő ellenálláson.

És nincs más dolgunk, mint megmérni az ellenállás kapcsain a feszültséget, mivel $U = IR$.





Digitális műszerek

- ❖ A mért mennyiséget megfelelő helyiértékeken,
 - hétszegnemeses kijelzőkön, tizedesvesszővel,
 - előjellel,
 - esetleg mértékegységgel ellátva jelenítik meg.
- ❖ Pontosabbak, mint az analóg műszerek.
- ❖ A digitális műszerek érzékenysége nagyobb, mint az analógoké.
- ❖ Nagyobb a felbontóképességük.
- ❖ Szubjektív leolvasási hibák nem keletkezhetnek használatukkor.
- ❖ Képesek a mérési eredmények tárolására, esetleges feldolgozására is.
- ❖ Környezeti hatásokra kevésbé érzékenyek.
- ❖ Bekerülési költségük alacsonyabb, mint az analóg műszereké.





Árammérő



Áramerősség:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Vezető ellenállása

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

A fajlagos ellenállás – sok más anyagi jellemzőhöz hasonlóan – hőmérsékletfüggő:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(t - t_0) + \beta(t - t_0)^2 + \dots]$$





Feszültségmérő



A feszültségmérő műszer (voltmérő) két bemeneti pontját mindig ahhoz a két ponthoz kell kötnünk, amelyek közötti feszültséget akarjuk megmérni.

Ellenállása **végtelen** ideális esetben.





Ellenállás mérése

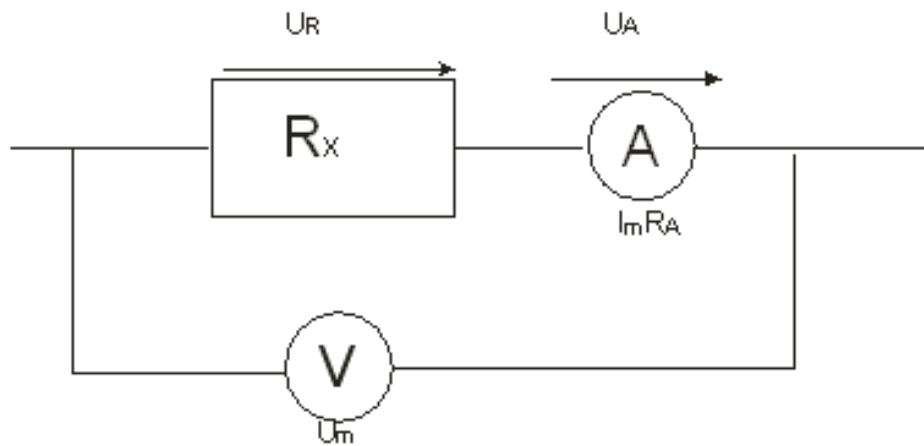




Ellenállás mérése



A voltmérő már az ellenálláson és az ampermérőn eső feszültségek összegét mutatja, EZÉRT



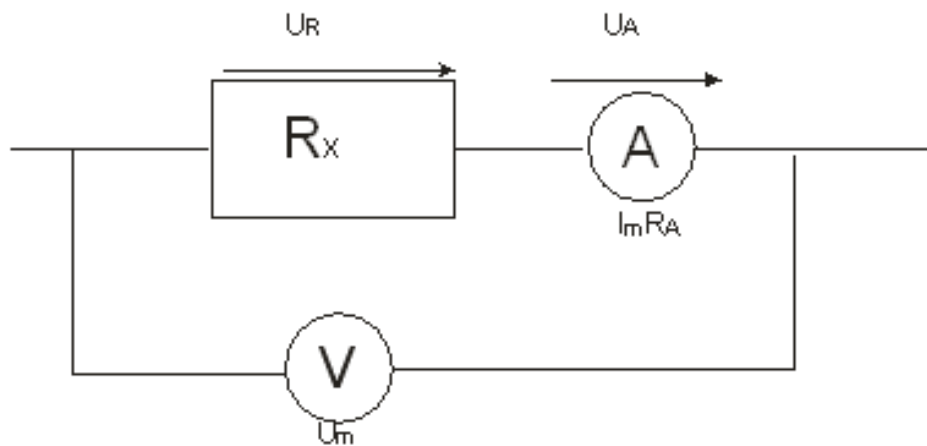


Ellenállás mérése



A voltmérő már az ellenálláson és az ampermérőn eső feszültségek összegét mutatja, EZÉRT

$$R_x = \frac{U_R}{I_m} = \frac{U_m - U_A}{I_m} = \frac{U_m - R_A I_m}{I_m}$$





Ellenállás mérés



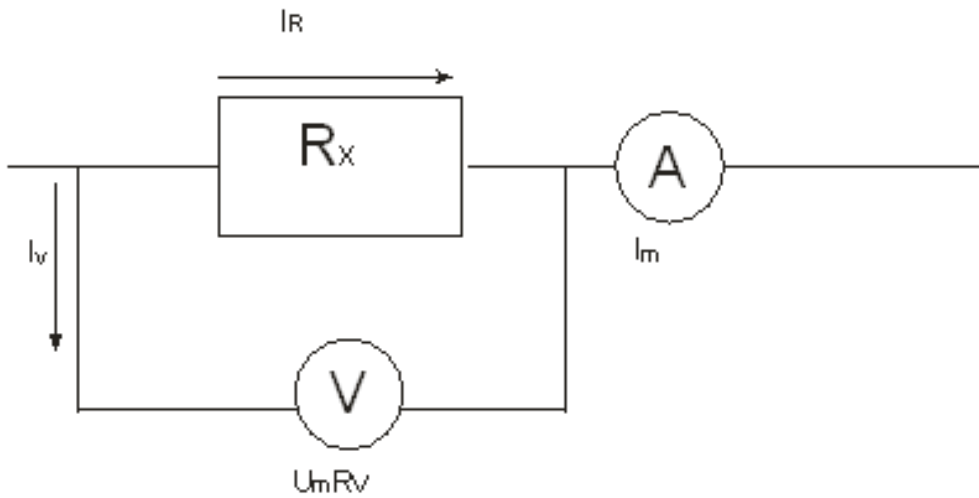
Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M





Ellenállás mérés

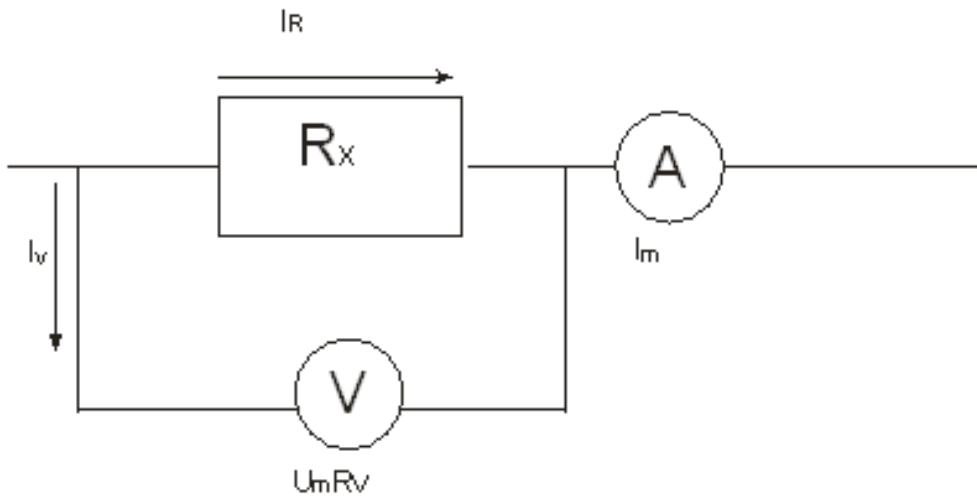




Ellenállás mérés



A voltmérő ténylegesen az ellenálláson eső feszültséget méri, az ampermérő viszont az ellenálláson és a voltmérőn átfolyó áramok összegét mutatja.

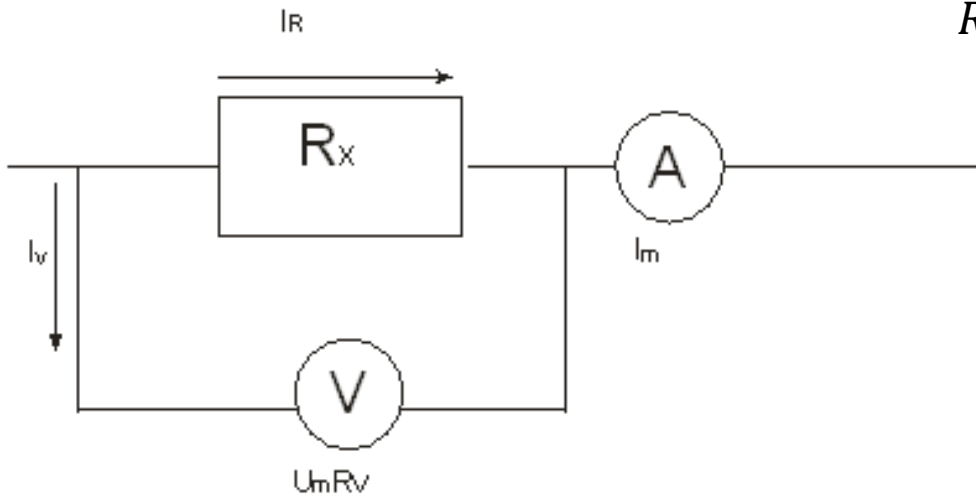




Ellenállás mérés



A voltmérő ténylegesen az ellenálláson eső feszültséget méri, az ampermérő viszont az ellenálláson és a voltmérőn átfolyó áramok összegét mutatja.



$$R_x = \frac{U_m}{I_R} = \frac{U_m}{I_m - I_V} = \frac{U_m}{I_m - \frac{U_m}{R_V}}$$





Multiméter

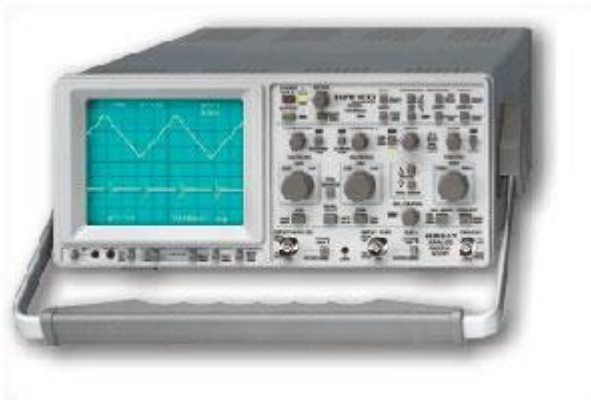


A digitális elven működő mérőműszerek nem csak az alaptartományokban és nem csupán villamos mennyiség mérésére használatosak, hanem méréshatár-kiterjesztéssel és különféle átalakítókkal más villamos és egyéb mennyiségek mérésére is alkalmassá tehetők. Az így kialakított elektronikus mérőműszereket multimétereknek nevezzük.





Oszilloszkóp

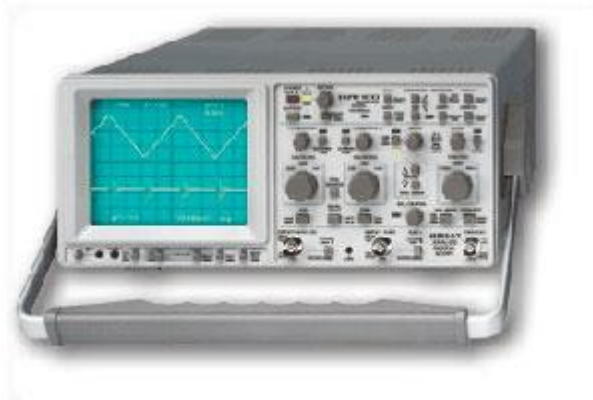


Az oszcilloszkóp olyan elektronikus mérőműszer, amely - legáltalánosabb felhasználásakor - elektromos feszültségek időtartománybeli ábrázolására és mérésére szolgál. Kiegészítőkkal sokféle mérés megvalósítását teszi lehetővé.





Oscilloszkóp



Közvetlenül feszültség - idő függvényt vagy fázishelyzetet jelenít meg a képernyőjén..

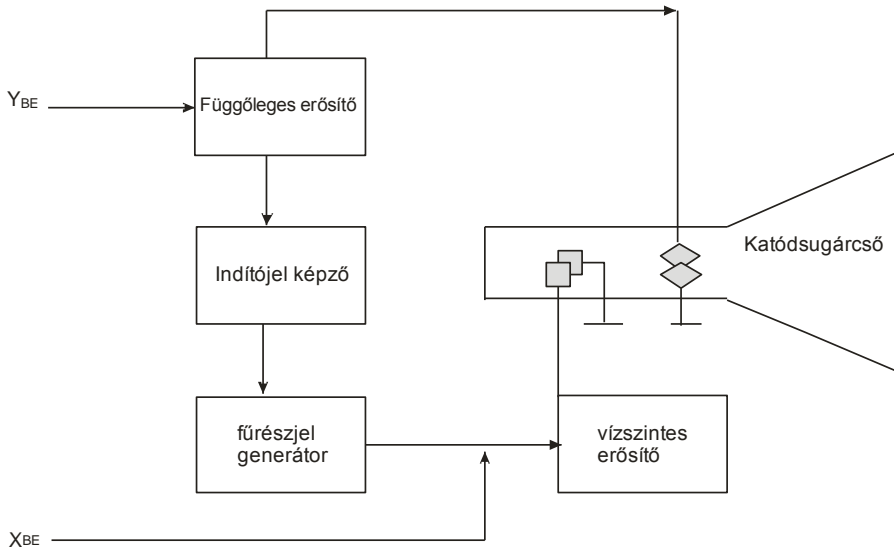
Oscilloszkóppal az alábbi mennyiségek mérhetők közvetlen vagy közvetett módon:

- ❖ egyenfeszültség;
- ❖ váltakozó feszültség;
- ❖ egyenáram;
- ❖ váltakozó áram;
- ❖ idő, időkülönbség;
- ❖ fázis, fáziskülönbség;
- ❖ frekvencia.





Oscilloszkóp

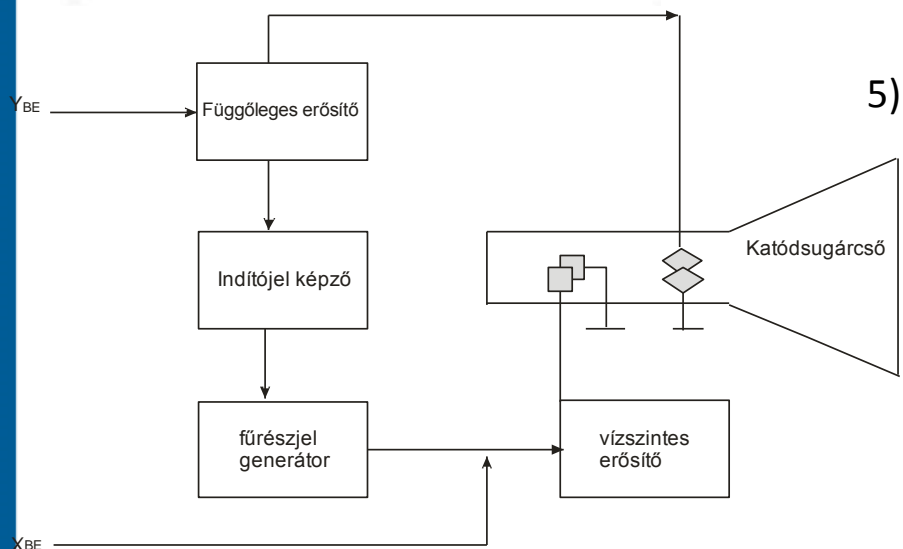




Oscilloszkóp



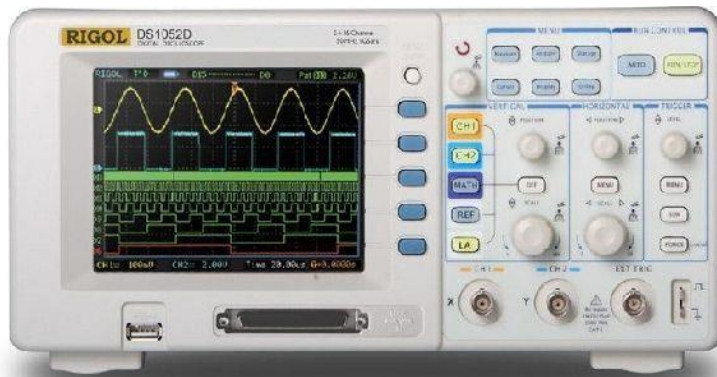
- 1) Egy katódsugárcső elektronágyújából kiindulva elektronnyaláb halad a képernyő felé.
- 2) A katódsugárcső fókuszáló rendszere ezt az elektronnyalábot a képernyő belső felületén egy pontban (eltérítés nélkül a középpontban) gyűjti össze
- 3) , ezen a helyen a képernyő fluoreszkáló bevonata fényt bocsát ki.
- 4) A képernyő felé haladó elektronnyaláb egy vízszintes és egy függőleges eltérítő elektródapár között halad el.
- 5) a vízszintes eltérítő lemezpár közé az idővel arányosan növekvő feszültséget kapcsolnak, ennek hatására az elektronsugár (és így az ernyőn világító fénypont) egyenletes sebességgel halad az ernyő bal oldalától a jobb oldaláig.





Logikai analizátor

Az eszköz segítségével a nullák és egyesek sorozata vizuálisan megjeleníthető, kiértékelhető és akár későbbi összehasonlításához elmenthető.





A szimulációs vizsgálat bemutatása

Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M

Digitális technika
2015/2016

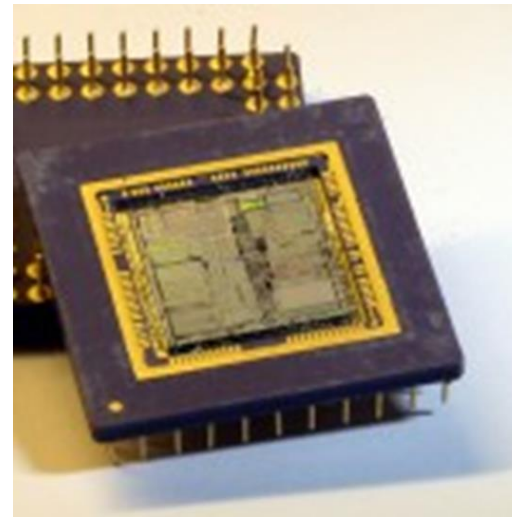
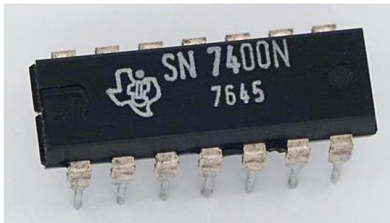
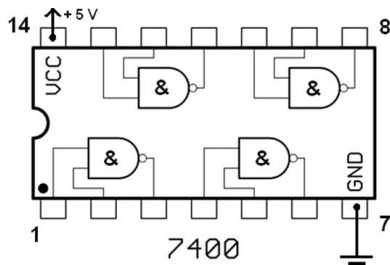
www.uni-obuda.hu





Bevezető

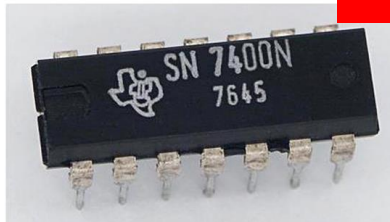
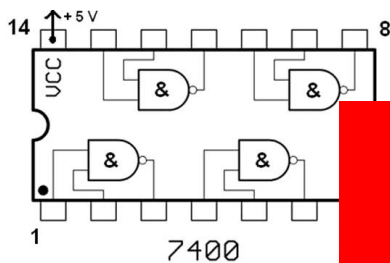
- ❖ 1960~
- ❖ Egyre bonyolultabb áramkörök
- ❖ Drága a legyártatás



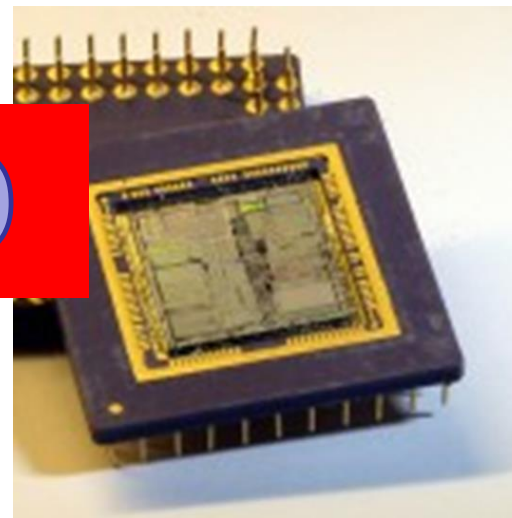


Bevezető

- ❖ 1960~
- ❖ Egyre bonyolultabb áramkörök
- ❖ Drága a legyártatás



CAD





Computer Aided Design

❖ Szimulációs, vagy analízis programok

Várható viselkedés

❖ Szintézis programok

tervez

- adott osztályú szűrő
- nagyfrekvenciájú erősítő
- logikai kapuk
- A/D konverter





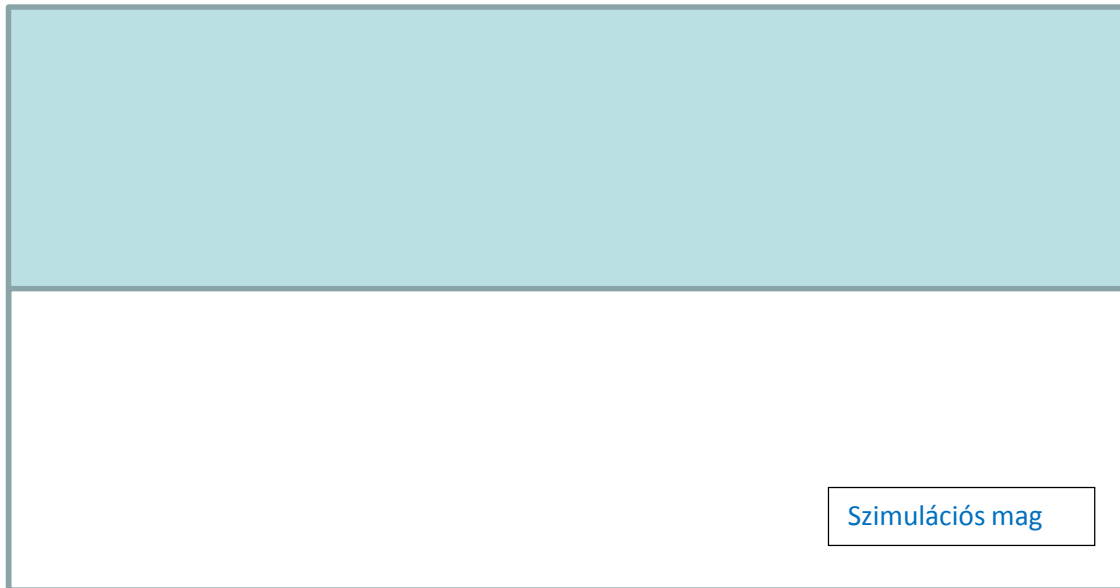
Computer Aided Design



Ó
B
U
D
A
I

E
G
Y
E
T
E
M

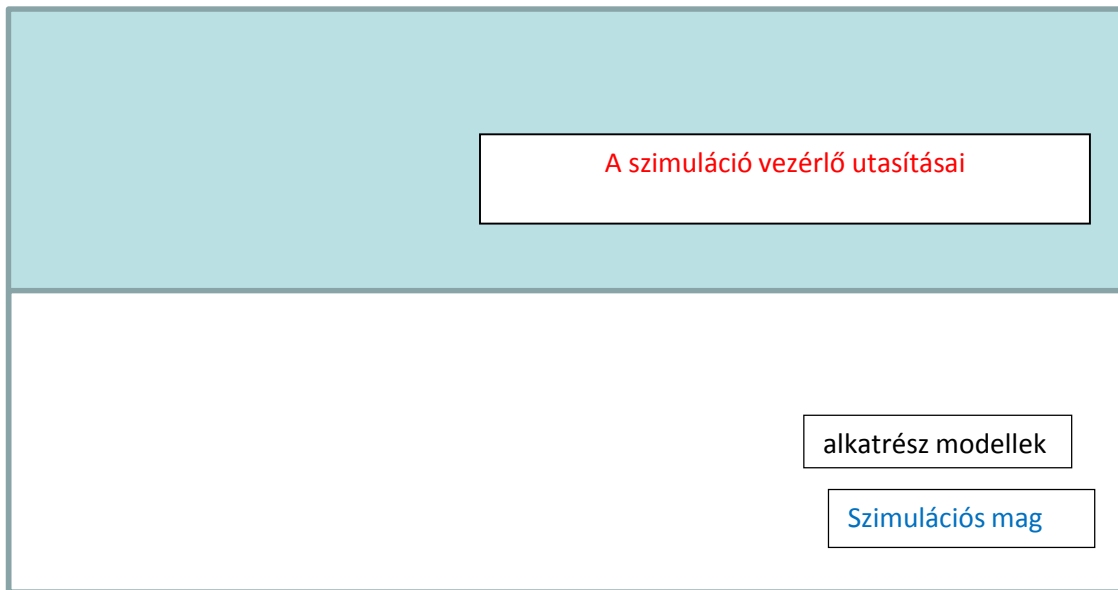




Szimulációs mag









Alfanumerikus szövegszerkesztő

Grafikus sémagenerátor

A szimuláció vezérlő utasításai

alkatrész modellek

Szimulációs mag





Alfanumerikus szövegszerkesztő

Grafikus sémagenerátor



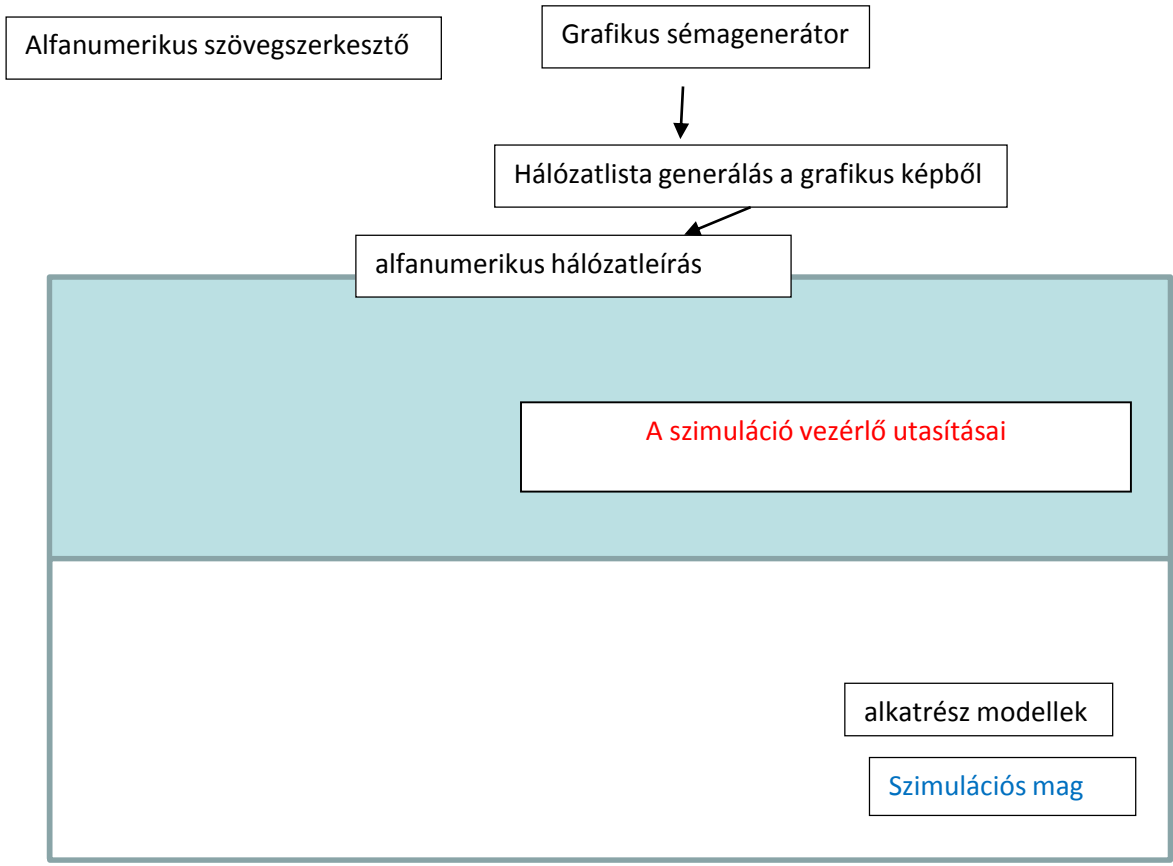
Hálózatlista generálás a grafikus képből

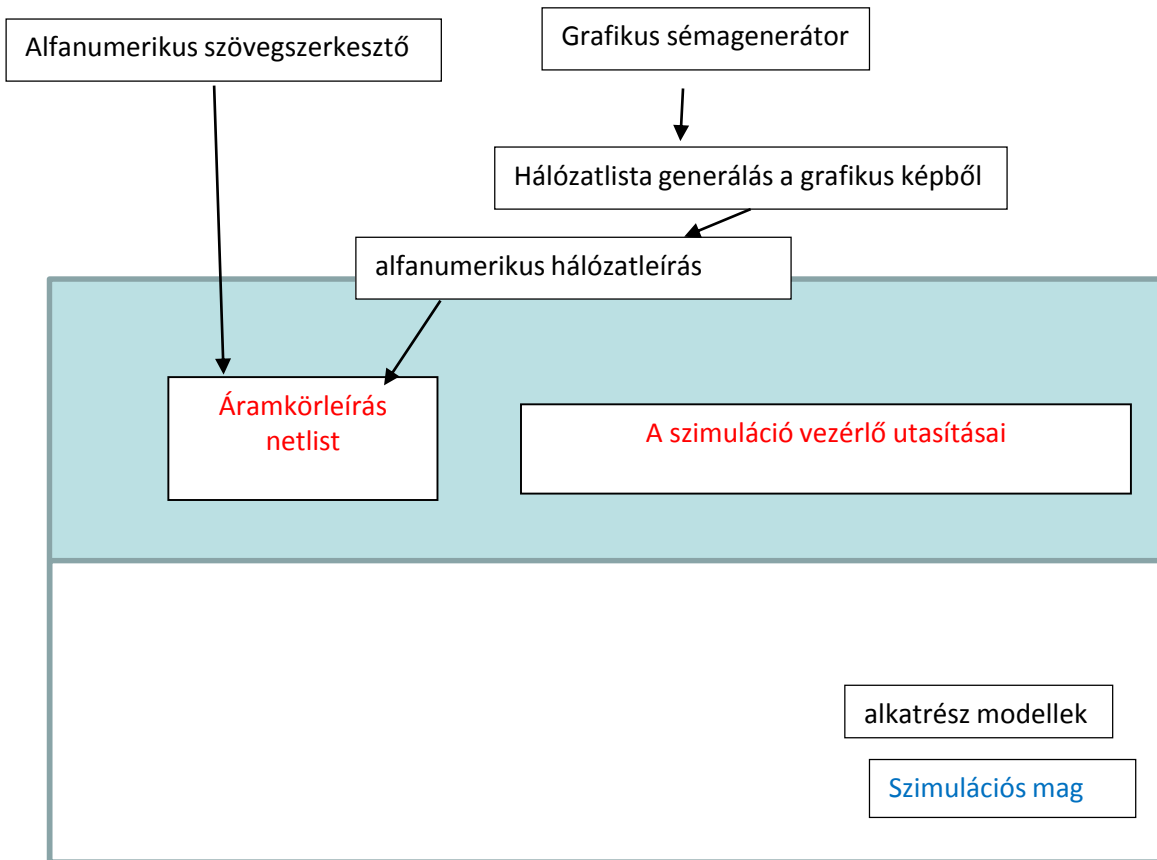
A szimuláció vezérlő utasításai

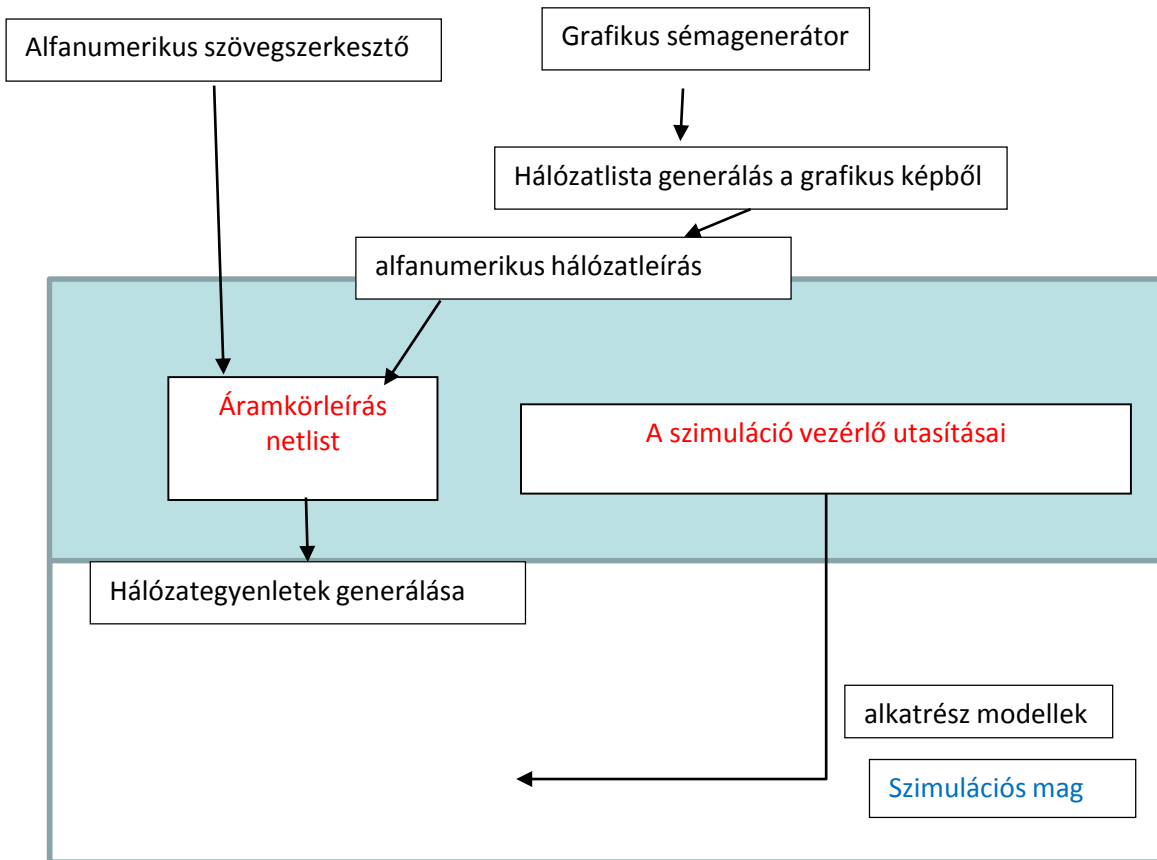
alkatrész modellek

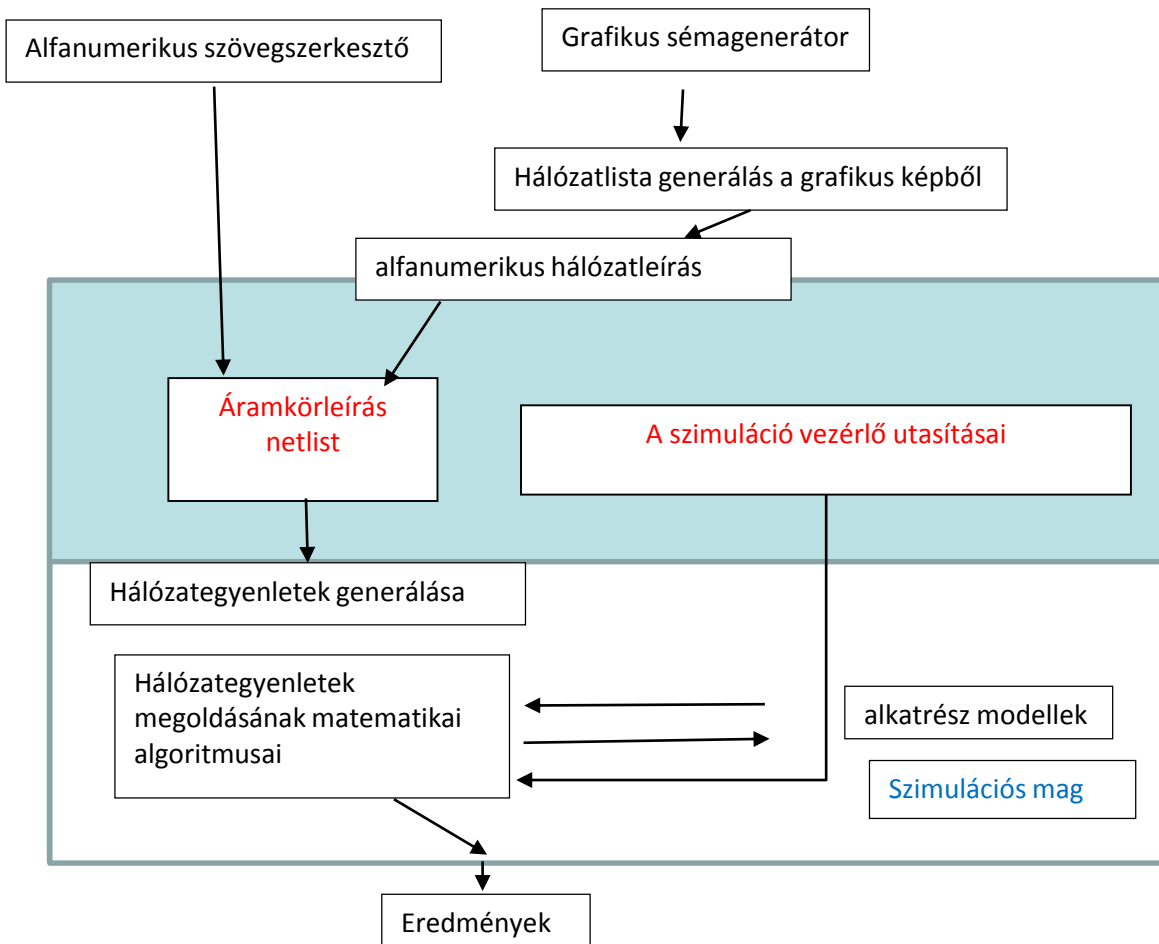
Szimulációs mag

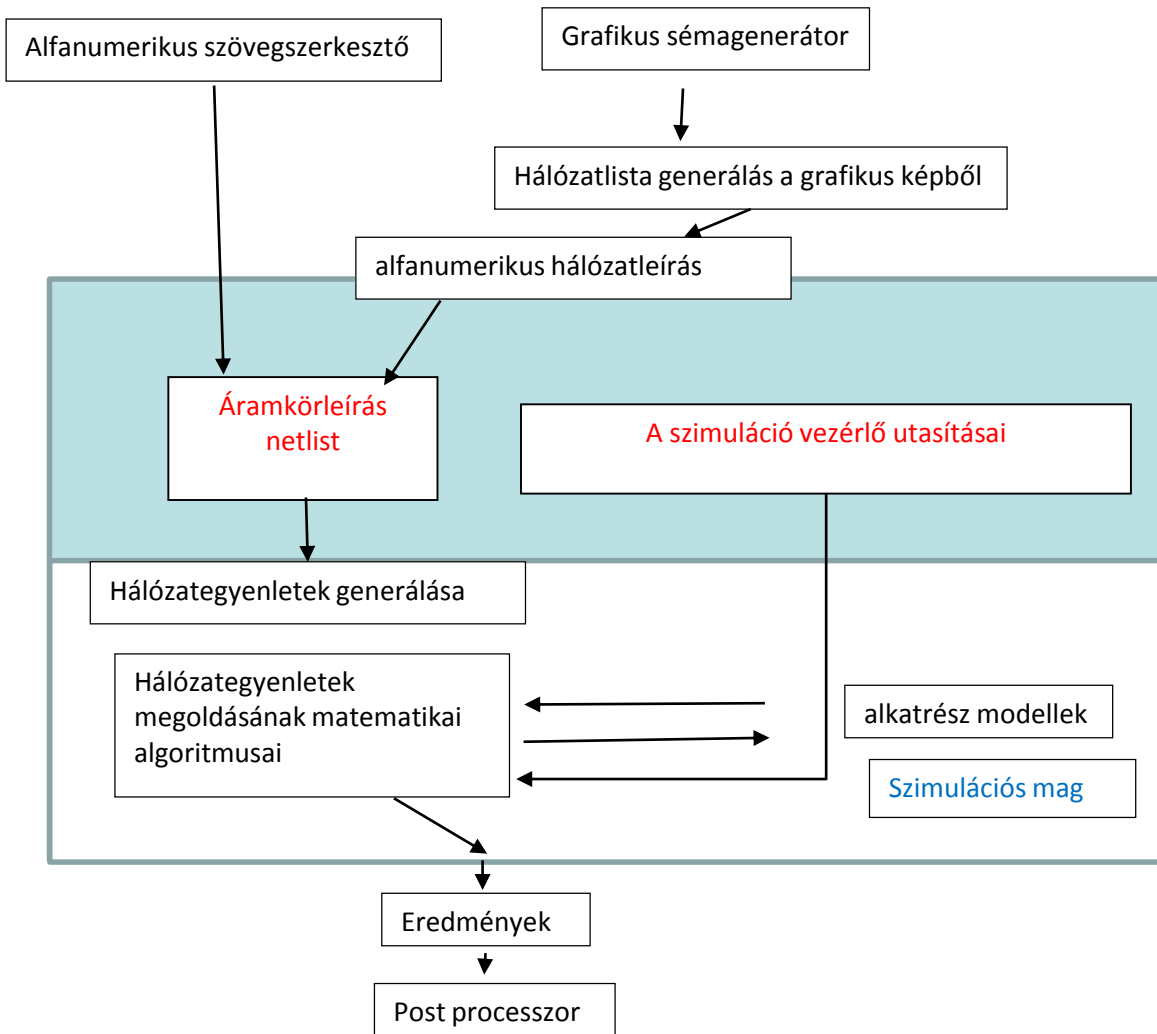


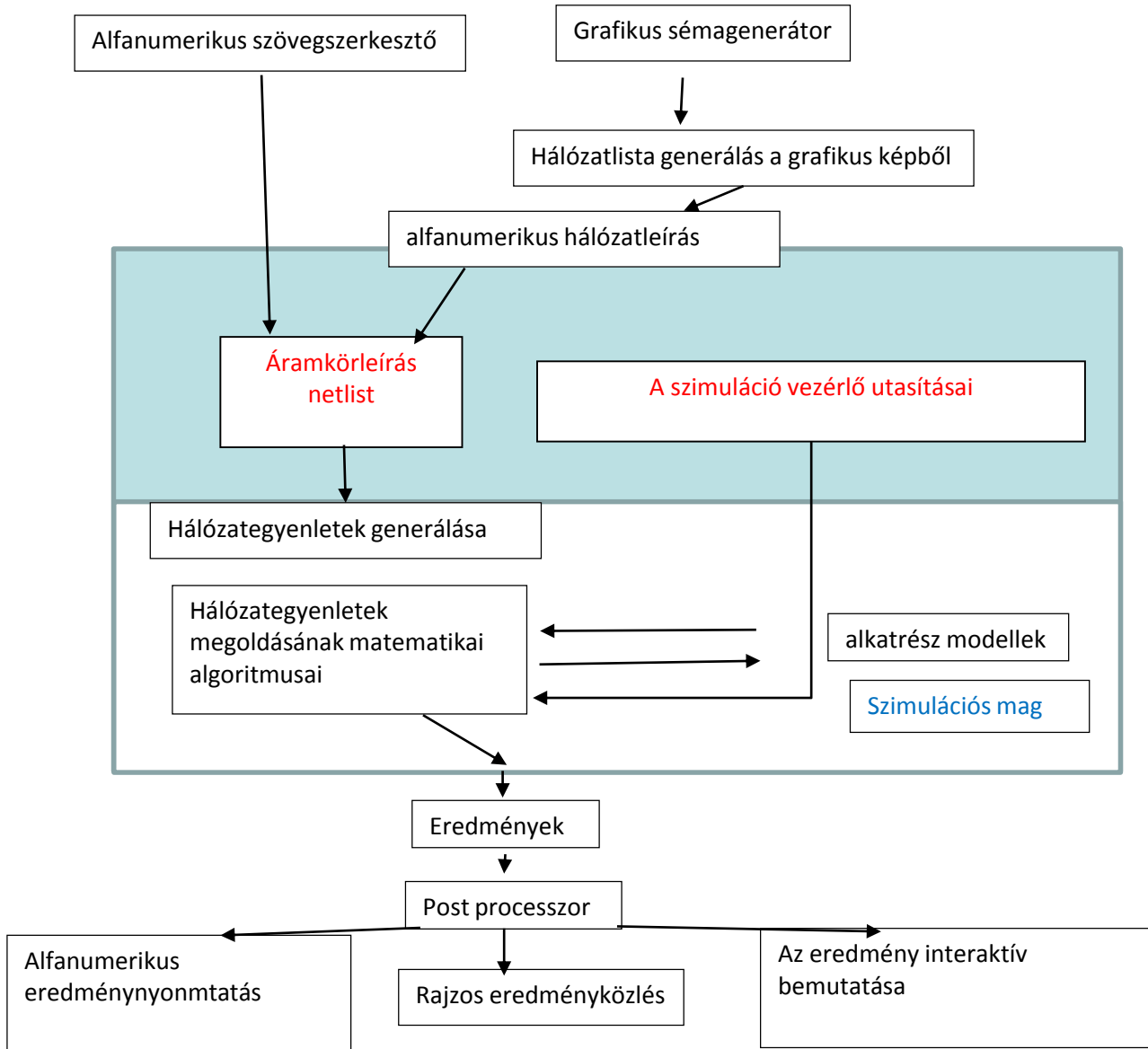


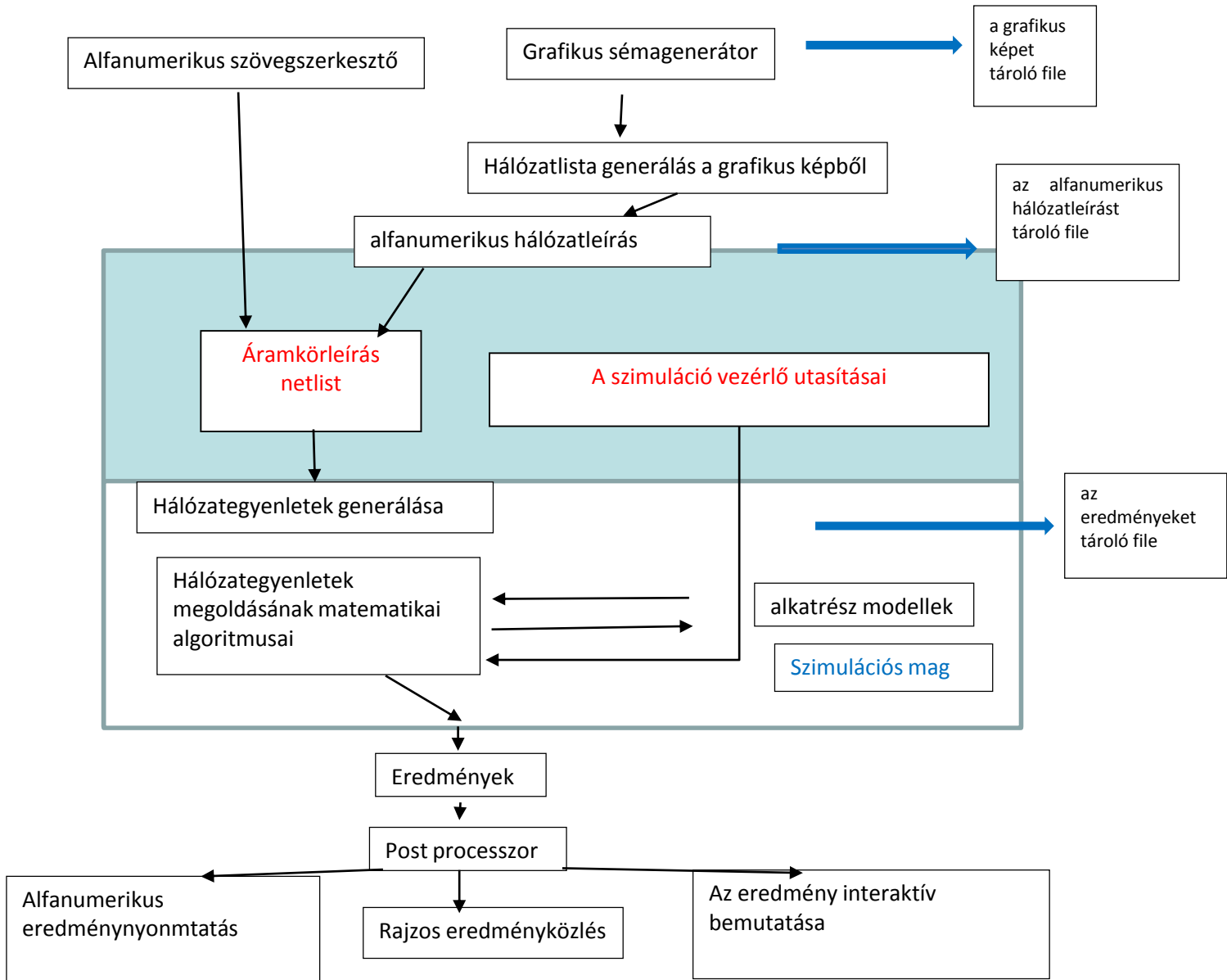














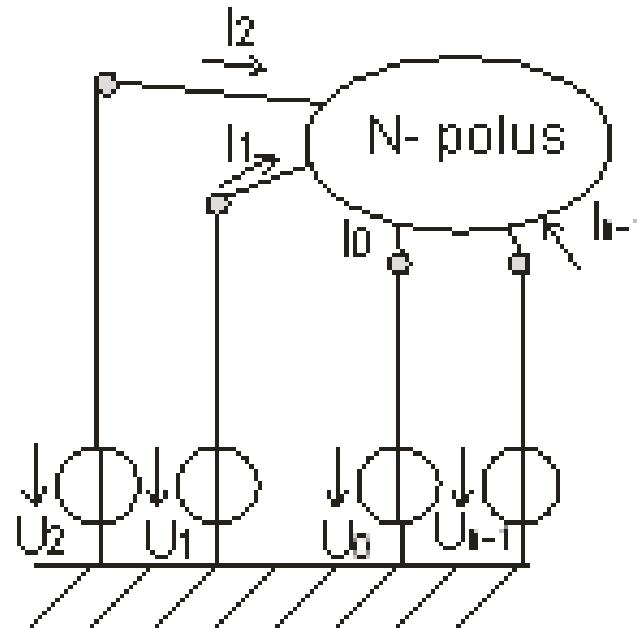
Csomóponti módszer

- 1) Csomópontok
- 2) Összeköttetések





Admittancia mátrix

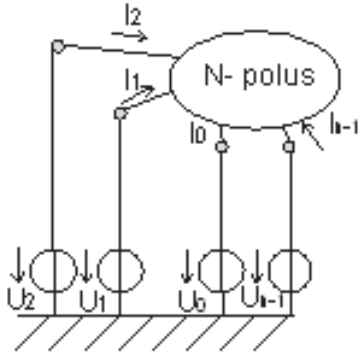


Lineáris rendszer
Passzív rendszer





Admittancia mátrix



Lineáris rendszer

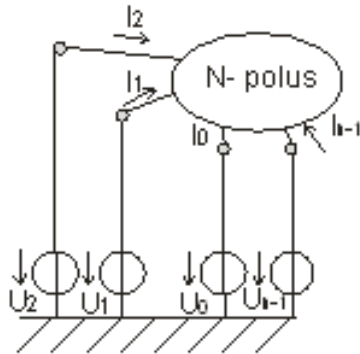
(U: kapcsolófeszültségek)

$$\begin{aligned} I_0 &= a_{00}U_0 + a_{01}U_1 + \dots + a_{0n-1}U_{n-1} + b_0 \\ I_1 &= a_{10}U_0 + a_{11}U_1 + \dots + a_{1n-1}U_{n-1} + b_1 \\ &\vdots \\ I_{n-1} &= a_{n-10}U_0 + a_{n-11}U_1 + \dots + a_{n-1n-1}U_{n-1} + b_{n-1} \end{aligned}$$





Admittancia mátrix



Passzív hálózat

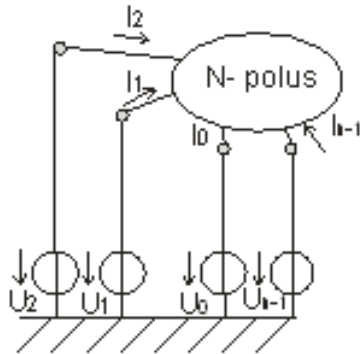
$$\Sigma b = 0$$

$$\begin{aligned} I_0 &= Y_{00}U_0 + Y_{01}U_1 + \dots + Y_{0n-1}U_{n-1} \\ I_1 &= Y_{10}U_0 + Y_{11}U_1 + \dots + Y_{1n-1}U_{n-1} \\ &\vdots \\ I_{n-1} &= Y_{n-10}U_0 + Y_{n-11}U_1 + \dots + Y_{n-1n-1}U_{n-1} \end{aligned}$$





Admittancia mátrix



Passzív hálózat

$$\Sigma b = 0$$

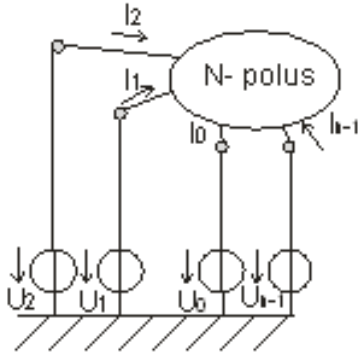
$$I_j = \sum_{k=0}^{n-1} Y_{jk} U_k$$

$$\begin{aligned} I_0 &= Y_{00} U_0 + Y_{01} U_1 + \dots + Y_{0n-1} U_{n-1} \\ I_1 &= Y_{10} U_0 + Y_{11} U_1 + \dots + Y_{1n-1} U_{n-1} \\ &\vdots \\ I_{n-1} &= Y_{n-10} U_0 + Y_{n-11} U_1 + \dots + Y_{n-1n-1} U_{n-1} \end{aligned}$$





Admittancia mátrix



Passzív hálózat

$$\Sigma b = 0$$

$$I_j = \sum_{k=0}^{n-1} Y_{jk} U_k$$

indefinit

~~$$I_0 = Y_{00} U_0 + Y_{01} U_1 + \dots + Y_{0n-1} U_{n-1}$$~~

$$I_1 = Y_{10} U_0 + Y_{11} U_1 + \dots + Y_{1n-1} U_{n-1}$$

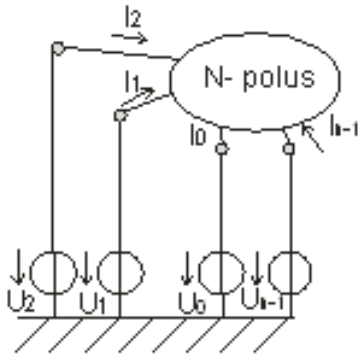
.

$$I_{n-1} = Y_{n-10} U_0 + Y_{n-11} U_1 + \dots + Y_{n-1n-1} U_{n-1}$$





Admittancia mátrix



Passzív hálózat

$$\Sigma b = 0$$

$$I_j = \sum_{k=0}^{n-1} Y_{jk} U_k$$

indefinit

FÖLDELÉS

$$U_0 = 0$$

~~$$I_0 = Y_{00} U_0 + Y_{01} U_1 + \dots + Y_{0n-1} U_{n-1}$$

$$I_1 = Y_{10} U_0 + Y_{11} U_1 + \dots + Y_{1n-1} U_{n-1}$$

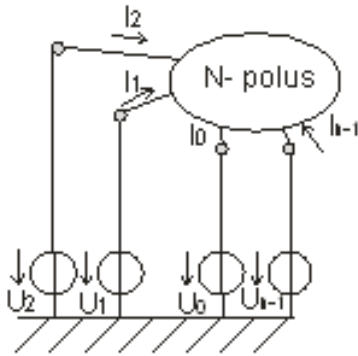
$$\vdots$$

$$I_{n-1} = Y_{n-10} U_0 + Y_{n-11} U_1 + \dots + Y_{n-1n-1} U_{n-1}$$~~





Admittancia mátrix



Passzív hálózat

$$\Sigma b = 0$$

$$I_j = \sum_{k=0}^{n=1} Y_{jk} U_k$$

indefinit

FÖLDELÉS

$$U_0 = 0$$

~~$$\begin{aligned}
 I_0 &= Y_{00} U_0 + Y_{01} U_1 + \dots + Y_{0n-1} U_{n-1} \\
 I_1 &= Y_{10} U_0 + Y_{11} U_1 + \dots + Y_{1n-1} U_{n-1} \\
 &\vdots \\
 I_{n-1} &= Y_{n-10} U_0 + Y_{n-11} U_1 + \dots + Y_{n-1n-1} U_{n-1}
 \end{aligned}$$~~

$$I_j = \sum_{s=1}^{n=1} Y_{js} U_s$$





Admittancia mátrix

Az Y_{js} mátrix inverze az n polus ú rendszer impedancia mátrixa Z_{ij}

Tehát

$$\sum_{j=1}^{n=1} Z_{ij} Y_{js} = \delta$$

ahol

δ Kronekcker - δ egységmátrix

Az áramok ismeretében így mára feszültségek is meghatározhatók:

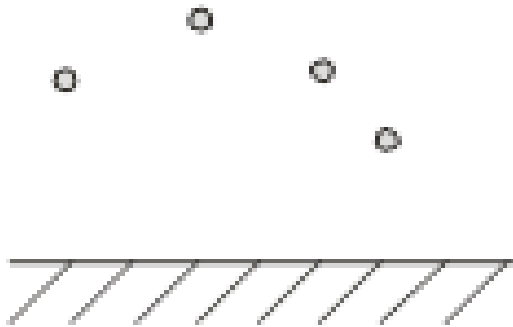
$$\sum_{j=1}^{n=1} Z_{ij} I_j = U_i$$





Admittancia mátrix felírása

- 1) Üres admittancia mátrixának minden eleme 0



Ha nincs ág a csomópontok között, akkor az áram értéke zérus , hiába kötünk a rendszerre feszültséget

$$I=0$$

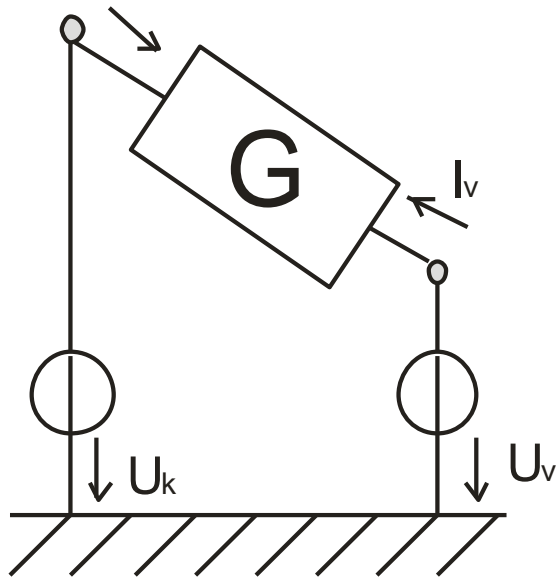
$$Y_{js} = \begin{bmatrix} \dots & & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dots & & \dots \end{bmatrix}$$





Admittancia mátrix felírása

2) Egyetlen G vezeték (ellenállás)



$$I_k = G U_k - G U_v = G (U_k - U_v)$$

$$I_v = -G U_k + G U_v = G (U_v - U_k)$$

A mátrix elemei a G vezeték megfelelő előjellel ellátott értékei képezik

$$Y_{js} = \begin{matrix} k \\ v \end{matrix} \begin{bmatrix} +G & \cdots & -G \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -G & \cdots & +G \end{bmatrix}$$

$$I_k = G U_k - G U_v = G (U_k - U_v)$$

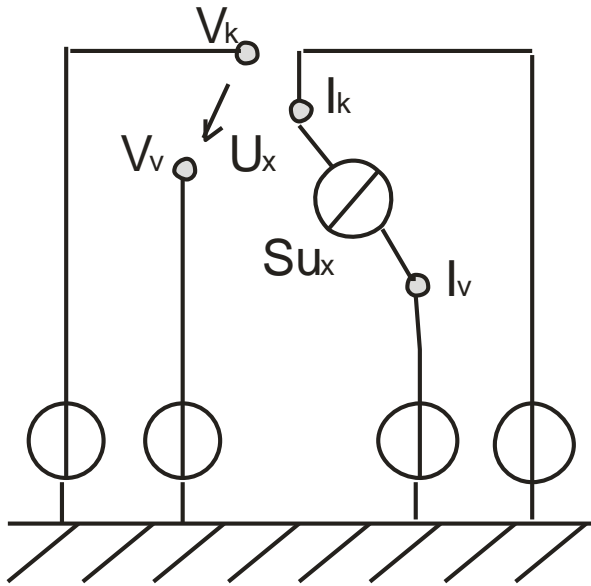
$$I_v = -G U_k + G U_v = G (U_v - U_k)$$





Admittancia mátrix felírása

3) Egyetlen feszültségvezérelt áramgenerátor



$$Y_{js} = \frac{k}{v} \begin{bmatrix} -S & \dots & +S \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ +S & \dots & -S \end{bmatrix}$$





Admittancia mátrix felírása

4) Ha két hálózatot csomópontból csomópontra kapcsolunk, akkor az admittancia mátrix elemei összegződnek.

első hálózat	második hálózat	összekapcsolt hálózat
Y_{js}^A	Y_{js}^B	$Y_{js}^A + Y_{js}^B$
U_k^A	U_k^B	U_k
I_k^A	I_k^B	$I_k^A + I_k^B$

$$I_1 = Y_{11}^A U_1 + Y_{12}^A U_2 + \dots + Y_{11}^B U_1 + Y_{12}^B U_2 + \dots = (Y_{11}^A + Y_{11}^B) U_1 + (Y_{12}^A + Y_{12}^B) U_2 + \dots$$





Incidencia mátrix

- ❖ A mátrix elkészítéséhez számozzuk a hálózatunk ágait és csomópontjait.
- ❖ A mátrixnak annyi oszlopa lesz, ahány csomópontunk van (j) (0-val kezdjük a számozást).
- ❖ A sorok száma pedig megegyezik a z ágak számával. (i)





Incidencia mátrix

A mátrixot ezután az alábbi módon tudjuk feltölteni:

- ❖ K_{ij} elem három értéket vehet fel: +1, 0 -1.
- ❖ $K_{ij} = -1$ ha i ág a végpontjával kapcsolódik j csomóponthoz
- ❖ $K_{ij} = 0$ ha i ág és j csomópont nem kapcsolódik
- ❖ $K_{ij} = +1$ ha i ág a kezdőpontjával csatlakozik a j csomóponthoz





Incidencia mátrix

A Kirchhoff törvény alkalmazásával tehát az alább összefüggést kaphatjuk a hálózati ágak figyelembevételével:

$$0 = \sum_{i=1}^N K_{ij} I_i$$

ahol

N: ágak száma $i=1\dots N$

M: csomópontok száma $j=1\dots M$

I_i : i ág árama





Incidencia mátrix

Ebből az is következik, hogyha a hálózatra a külső forrásból kötünk feszültséget, akkor

$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} I_i$$





Incidencia mátrix

A csomóponti potenciál módszernél nincs szükségünk a hurokegyenletekre, viszont szükséges a csomóponti és az ágfeszültségek kapcsolata.

Ezért az alábbi egyenletet annyiszor kell felírunk, ahány águnk van a rendszerben, hiszen minden ág van egy ágfeszültségünk.

$$V_r = \sum_{s=1}^M K_{rs} U_s$$

ahol

V_r : az ágfeszültség oszlopvektora

U_s : a csomóponti mátrix oszlopvektora

K_{rs} : incidencia mátrix





Egyenletek

1. Lineáris hálózat egyenáramú megoldása

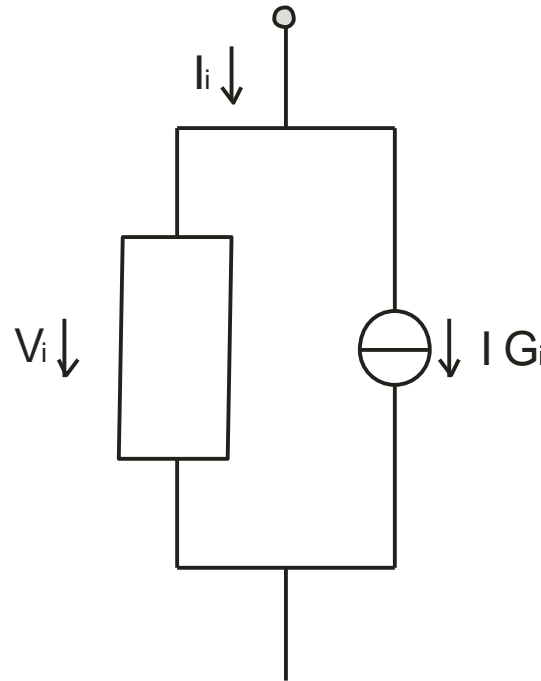




Egyenletek

1. Lineáris hálózat egyenáramú megoldása

A lineáris hálózat tartalmaz egy ellenállást és egy áramgenerátort.

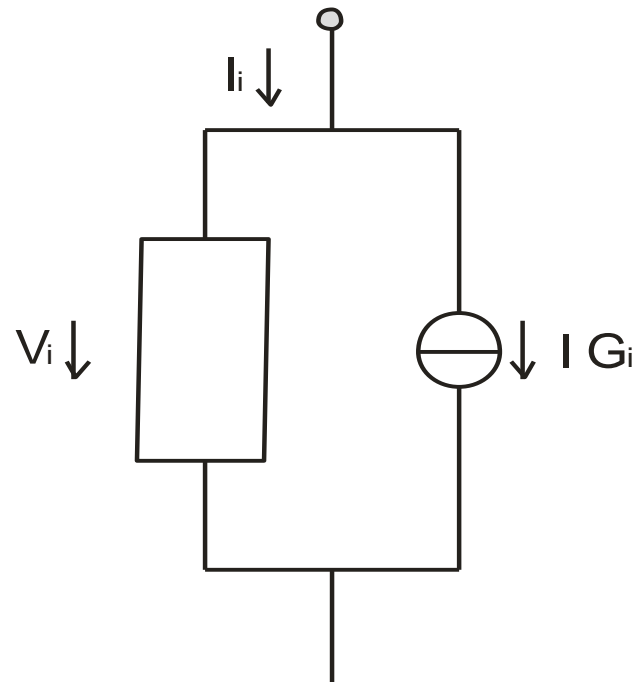




Egyenletek

1. Lineáris hálózat egyenáramú megoldása

A lineáris hálózat tartalmaz egy ellenállást és egy áramgenerátort.

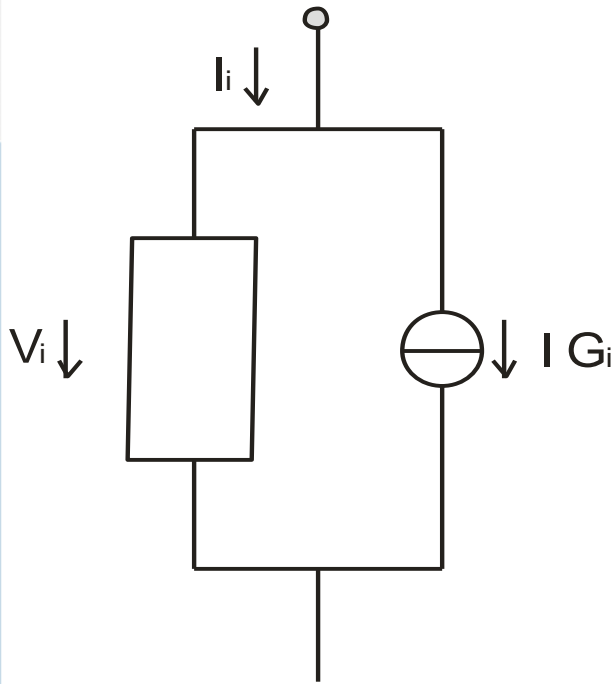




Egyenletek

Írjuk fel a rendszer csomóponti egyenletét:

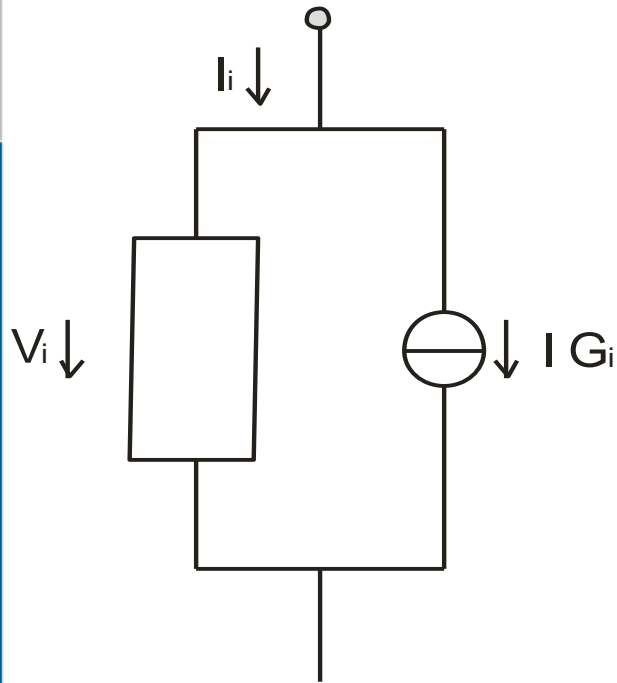
$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} I_i$$





Egyenletek

a rendszer ágegyenletét a



$$I_i = \sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + I G_i$$

ahol:

I_i : i ág árama

$\sum_{r=1}^N G_{ir} V_r$: az ellenállást leíró tag

G_{ir} vezetési mátrix (a saját és a
transzfervezetési tagokat tartalmazza

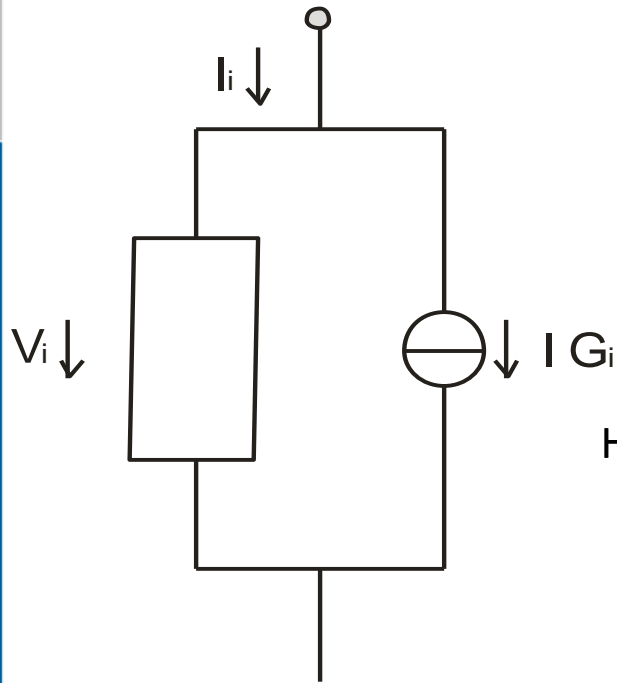
$G V_r$ áramgenerátort leíró tag

V_r ágfeszültségek oszlopvektora



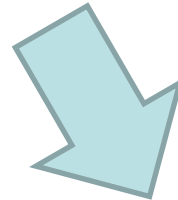


Egyenletek



$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} I_i$$

$$I_i = \sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + I G_i$$



Ha az első egyenletbe behelyettesítjük a másodikat

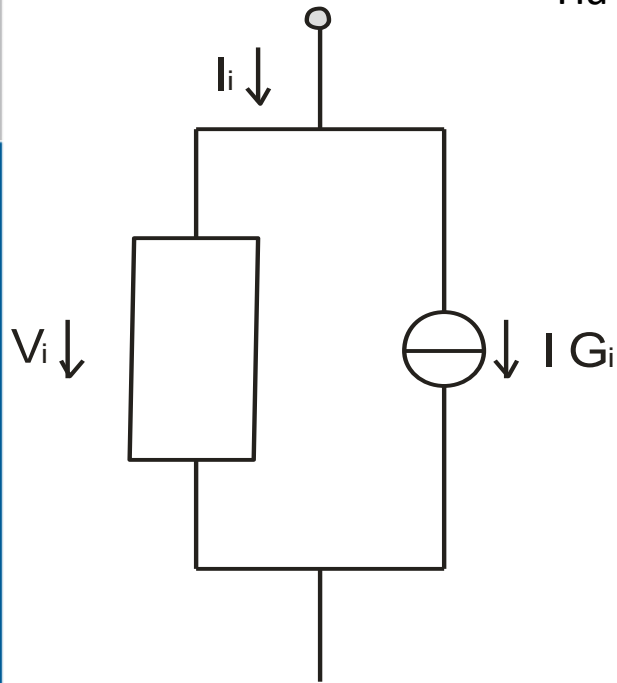
$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \left(\sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + I G_i \right)$$





Egyenletek

Ha az első egyenletbe behelyettesítjük a másodikat



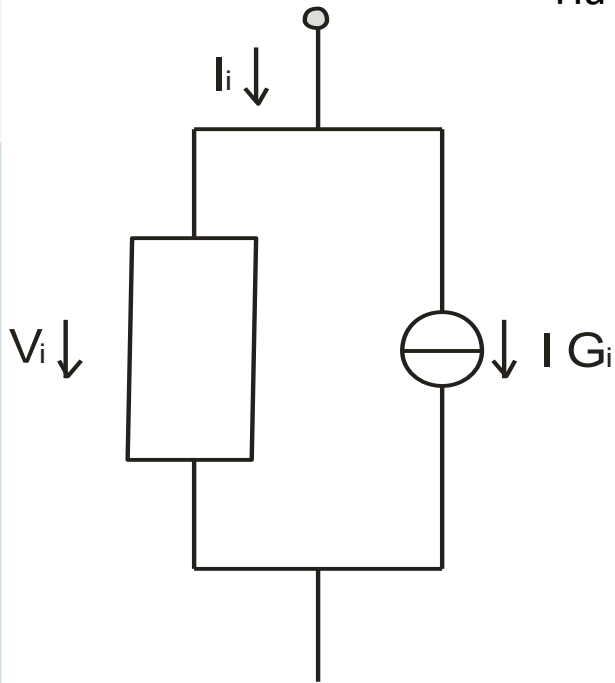
$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \left(\sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + I G_i \right)$$





Egyenletek

Ha az első egyenletbe behelyettesítjük a másodikat



$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \left(\sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + I G_i \right)$$

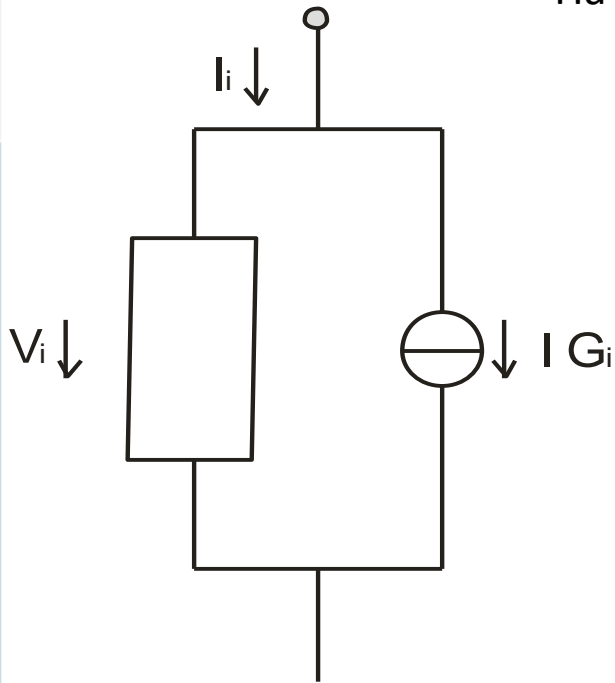
$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$





Egyenletek

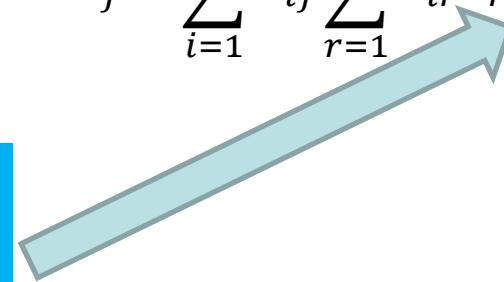
Ha az első egyenletbe behelyettesítjük a másodikat



$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \left(\sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + I G_i \right)$$

$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$

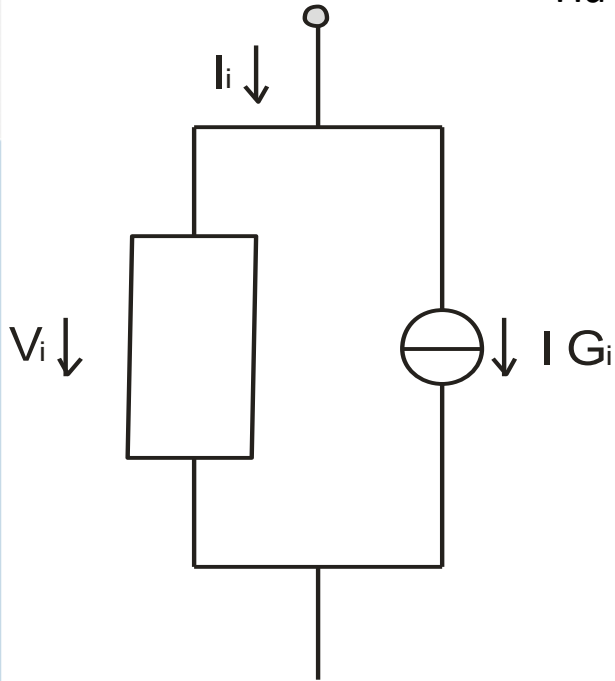
$$V_r = \sum_{s=1}^M K_{rs} U_s$$





Egyenletek

Ha az első egyenletbe behelyettesítjük a másodikat



$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \left(\sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + I G_i \right)$$

$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \sum_{r=1}^N G_{ir} V_r + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$

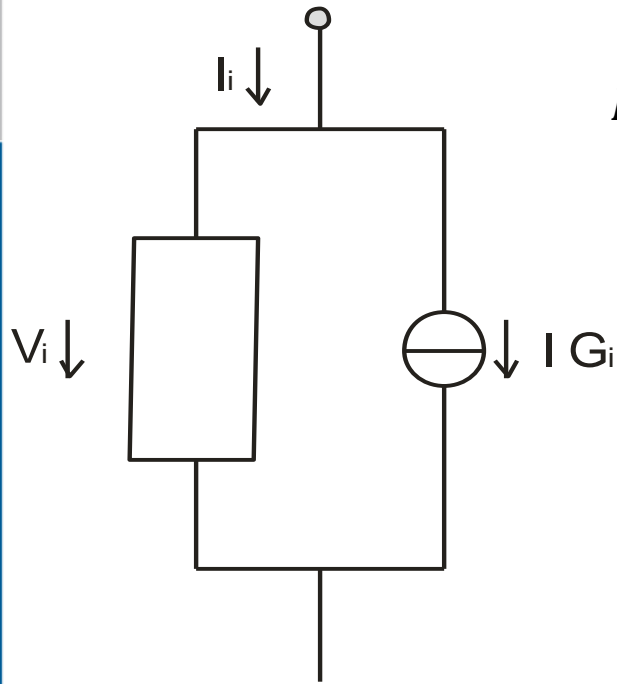
$$V_r = \sum_{s=1}^M K_{rs} U_s$$

$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \sum_{r=1}^N G_{ir} \sum_{s=1}^M K_{rs} U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$





Egyenletek

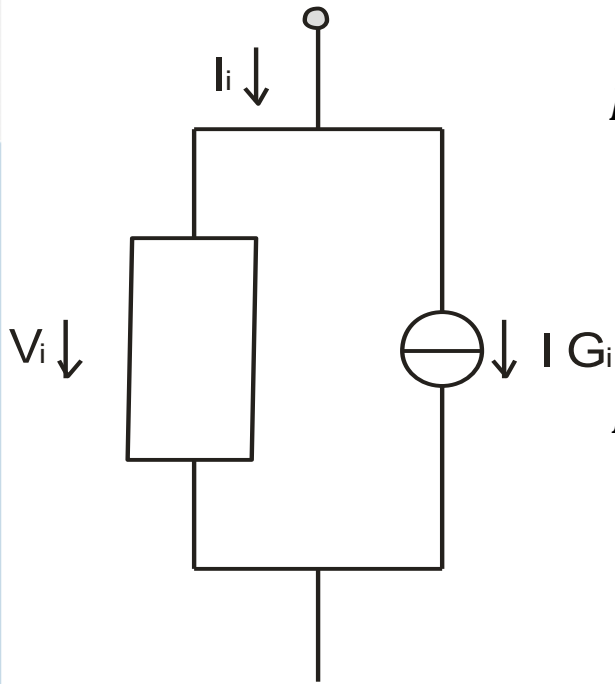


$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \sum_{r=1}^N G_{ir} \sum_{s=1}^M K_{rs} U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$





Egyenletek



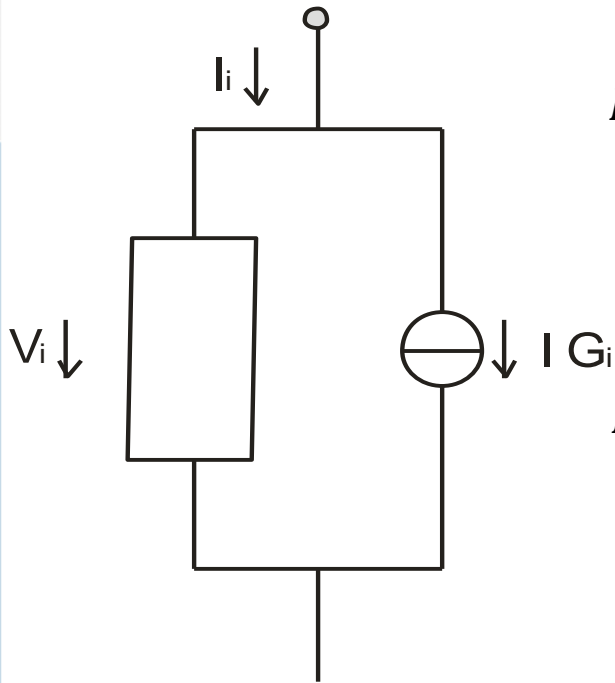
$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \sum_{r=1}^N G_{ir} \sum_{s=1}^M K_{rs} U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$

$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \sum_{r=1}^N G_{ir} \sum_{s=1}^M K_{rs} U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$





Egyenletek



$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \sum_{r=1}^N G_{ir} \sum_{s=1}^M K_{rs} U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$

$$I_j = \sum_{i=1}^N K_{ij} \sum_{r=1}^N G_{ir} \sum_{s=1}^M K_{rs} U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$

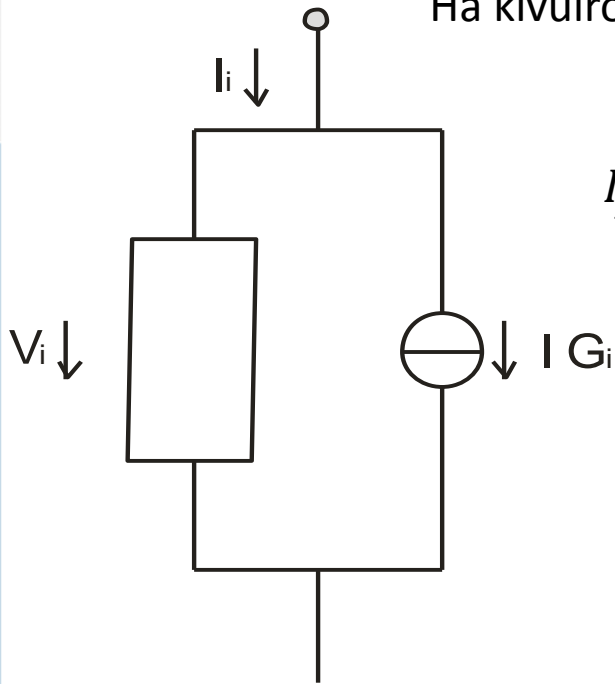
$$I_j = \sum_{s=1}^M \left(\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^N K_{ij} G_{ir} K_{rs} \right) U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i$$





Egyenletek

Ha kívülről nem kapcsolunk feszültséget, ill. áramot, akkor



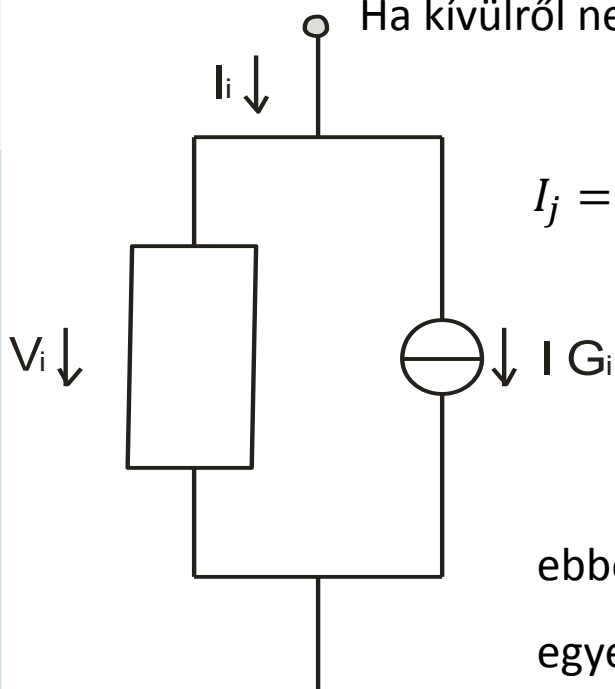
$$I_j = \sum_{s=1}^M \left(\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^N K_{ij} G_{ir} K_{rs} \right) U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i = 0$$





Egyenletek

Ha kívülről nem kapcsolunk feszültséget, ill. áramot, akkor



$$I_j = \sum_{s=1}^M \left(\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^N K_{ij} G_{ir} K_{rs} \right) U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i = 0$$

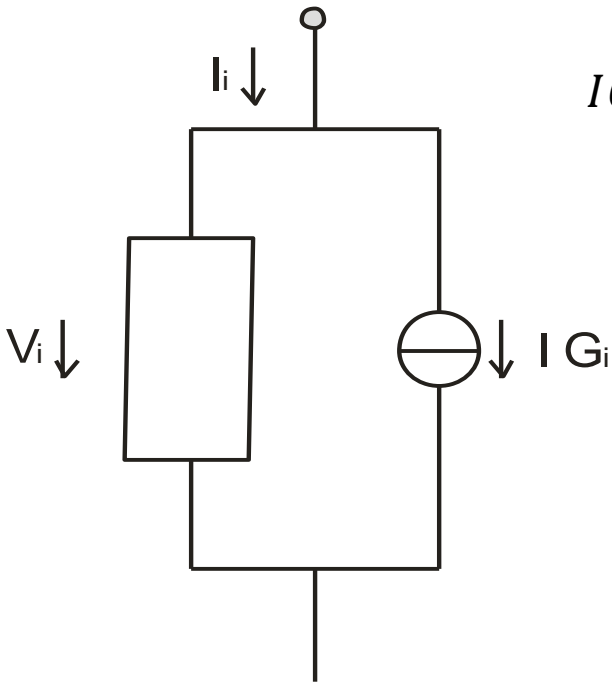
ebben az egyenletrendszerben annyi egyenletünk van, ahány csomópontunk, és ismeretlenünk csupán a csomóponti feszültségek oszlopvektora.

Ezért a rendszer megoldható.





Egyenletek: passzív hálózat



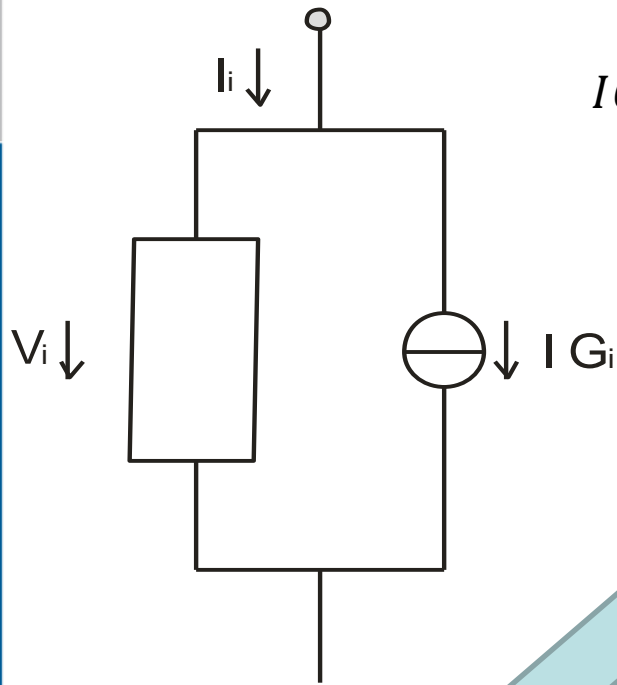
$$I G_i = 0$$

$$I_j = \sum_{s=1}^M \left(\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^N K_{ij} G_{ir} K_{rs} \right) U_s$$





Egyenletek: passzív hálózat



$$I G_i = 0$$

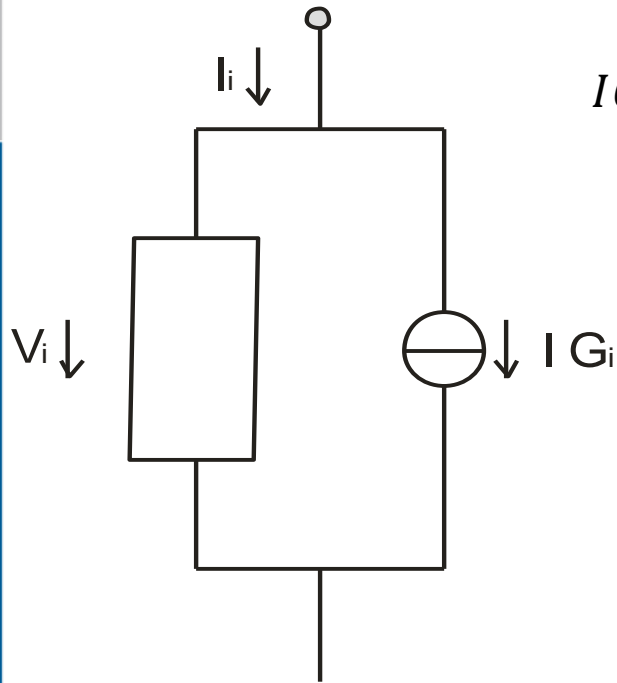
$$I_j = \sum_{s=1}^M \left(\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^N K_{ij} G_{ir} K_{rs} \right) U_s$$

$$I_j = \sum_{s=1}^{n=1} Y_{js} U_s$$





Egyenletek: passzív hálózat



$$I G_i = 0$$

$$I_j = \sum_{s=1}^M \left(\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^N K_{ij} G_{ir} K_{rs} \right) U_s$$

$$Y_{js} = \sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^N K_{ij} G_{ir} K_{rs}$$

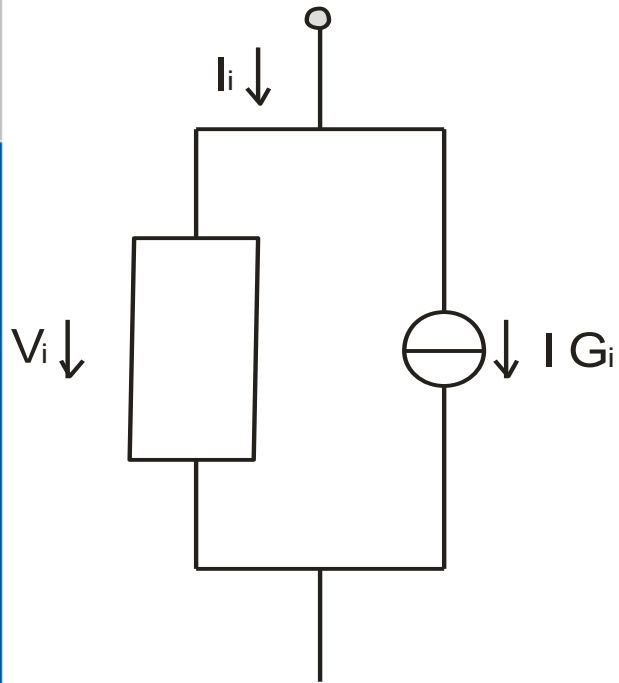
$$I_j = \sum_{s=1}^{n=1} Y_{js} U_s$$

Admittancia mátrix





Egyenletek

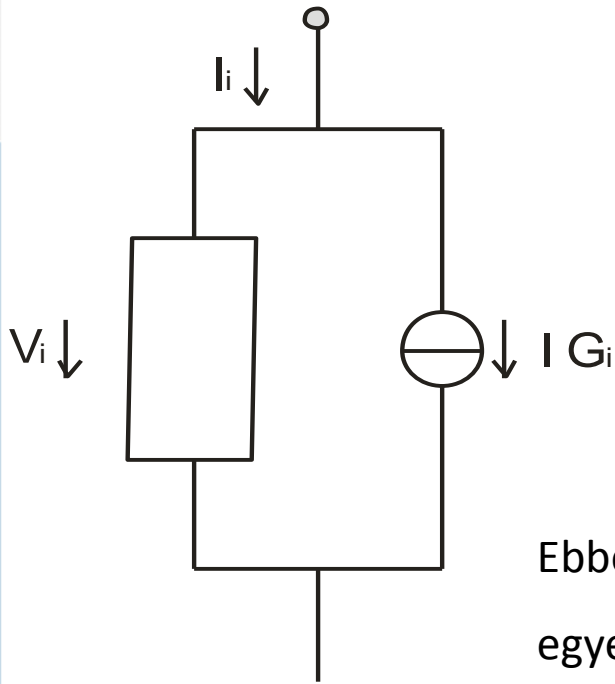


$$I_j = \sum_{s=1}^M Y_{js} U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I_{G_i} = 0$$





Egyenletek



$$I_j = \sum_{s=1}^M Y_{js} U_s + \sum_{i=1}^N K_{ij} I G_i = 0$$

Ebben az egyenletrendszerben annyi egyenletünk van, ahány csomópontunk, és ismeretlenünk csupán a csomóponti feszültségek oszlopvektora.

Ezért a rendszer megoldható.

