Számítógépes gyakorlat
Irányítási rendszerek szintézise

Bevezetés

A gyakorlatok célja az irányítási rendszerek korszerű számítógépes vizsgálati és tervezési módszereinek bemutatása, az alkalmazáshoz szükséges alapvető ismeretek átadása.

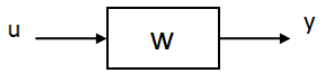
A MATLAB programcsomagban található Control System Toolbox (CST) az irányítástechnika területén hasznos függvények gyűjteménye. A gyakorlatokon lineáris és időinvariáns (LTI: Linear Time Invariant) rendszerekkel foglalkozunk, a CST az ilyen rendszerek idő- és frekvenciatartománybeli analíziséhez és szintéziséhez nyújt segítséget.

A laboratóriumi gyakorlat célja, hogy a hallgatók

- megismerjék a MATLAB CST alapvető tulajdonságait;
- elsajátítsák a legegyszerűbb utasítások használatát, a MATLAB programozás alapjait;
- átfogó képet kapjanak a CST lehetőségeiről és gyakorlati alkalmazhatóságáról;
- a megszerzett ismereteket felhasználva önállóan megoldjanak egyszerű problémákat.

Hatásvázlatok

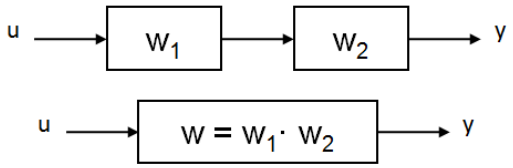
A hatásvázlat a rendszerben szereplő jelmódosító elemek kapcsolatát írja le. Az egyes elemeket tagoknak nevezzük. A jelnek a tagokon való áthaladási iránya a hatásirány. A tagot működtető jel az *u* bemenő jel, a tag működése során kialakuló jel az *y* kimenő jel (1. ábra).



1. ábra. Irányítási tag

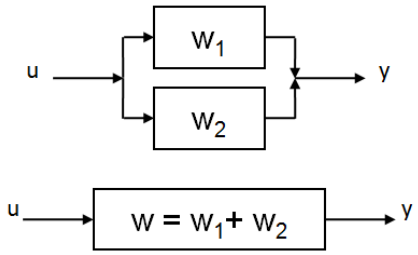
A tagok egymáshoz képest alapvetően három fele módon helyezkedhetnek el:

1. Soros kapcsolás:



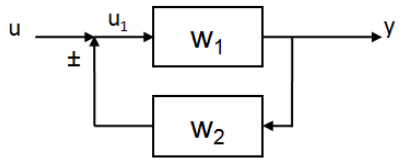
2. ábra. Soros kapcsolás

2. Párhuzamos kapcsolás:



3. ábra. Párhuzamos kapcsolás

3. Visszacsatolás:

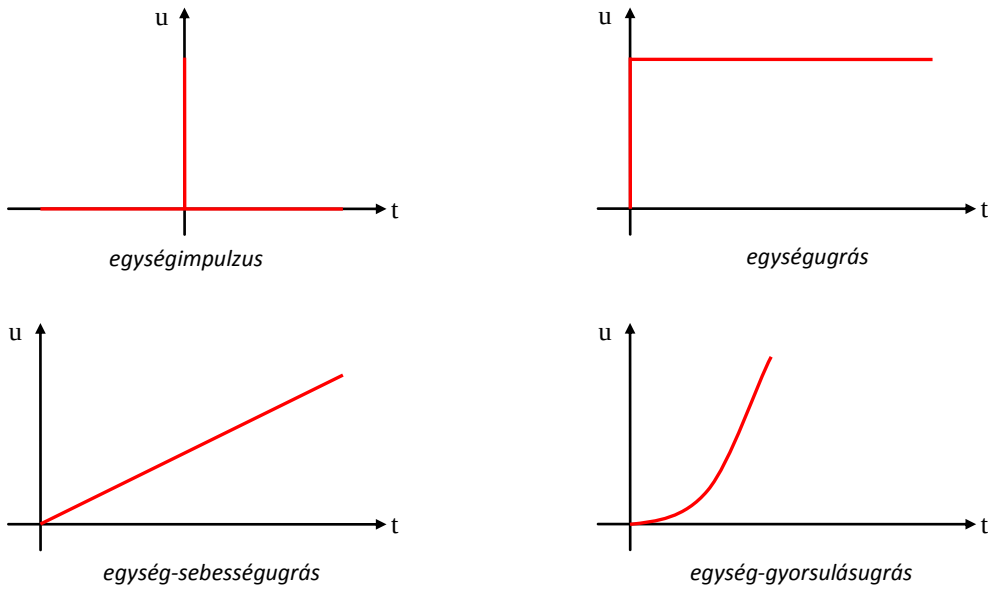


4. ábra. Visszacsatolás

A hatásvázlatok egyszerűsíthetők néhány további szabály segítségével is, ügyelve, hogy az eredő jelmódosító hatás ne változzon:

- Összegzők és elágazások egymás között felcserélhetők
- Összegzők és elágazások egymással is felcserélhetők
- Tagok és összegzők felcserélhetők
- Tagok és elágazások felcserélhetők

Irányítási rendszerek analízise az időtartományban



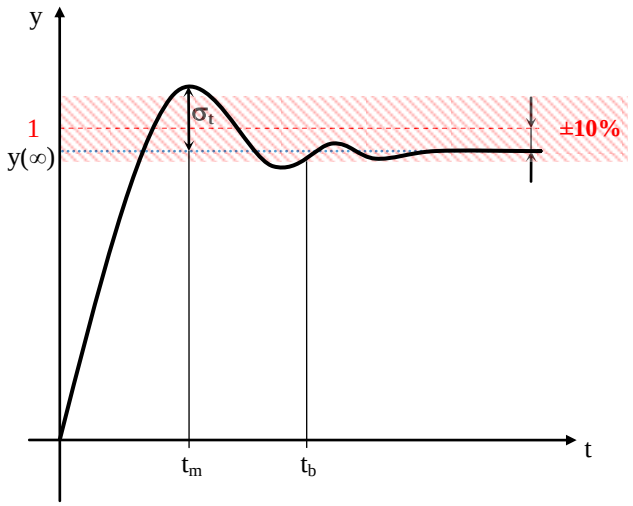
5. ábra. Tipikus vizsgáló jelek

A szabályozási körben szereplő egységek, tagok (szakasz, érzékelő, szabályzó) mindegyike jellemezhető valamilyen átviteli tulajdonsággal, amely megadja, hogyan változik a tag kimeneti jele a tag bemeneti jelének függvényében. Ezeket az átviteli jellemzőket az időtartományban különböző alakú bemenő vizsgálójelekre (gerjesztésekre) adott kimeneti válasz alapján határozzuk meg. A tipikus vizsgáló jelek (5. ábra):

- egységimpulzus: $u(t) = 1$ ha $t = 0$; $u(t) = 0$ ha $t \neq 0$
- egységugrás: $u(t) = 0$ha $t < 0$; $u(t) = 1$ ha $t \geq 0$
- egység-sebességugrás: $u(t) = 0$ha $t < 0$; $u(t) = t$ ha $t \geq 0$
- egység-gyorsulásugrás: $u(t) = 0$ha $t < 0$; $u(t) = t^2$ha $t \geq 0$

Az egységugrás gerjesztésre adott válasz, más néven a rendszer átmeneti függvénye (6. ábra) alapján a következő rendszerjellemzőket definiálhatjuk:

- Statikus hiba h_s: az alapjel és a rendszer egyensúlyi állapotában (a lengések lecsengését követően) kialakult kimeneti jelének aránya. Általában az alapjel százalékában megadott érték.
- Túllendülés σ_t: A kimeneti jel maximális, és állandósult állapotban (t = ∞) kialakult értékének különbsége. Általában az állandósult állapotbeli érték százalékában adott.
- Beállási idő t_b: Az az időpont, ami után a kimeneti jel már nem lép ki a megengedett statikus hiba sávból.
- Átviteli tényező K: a kimeneti és bemeneti jel állandósult állapotbeli értékének hányadosa.

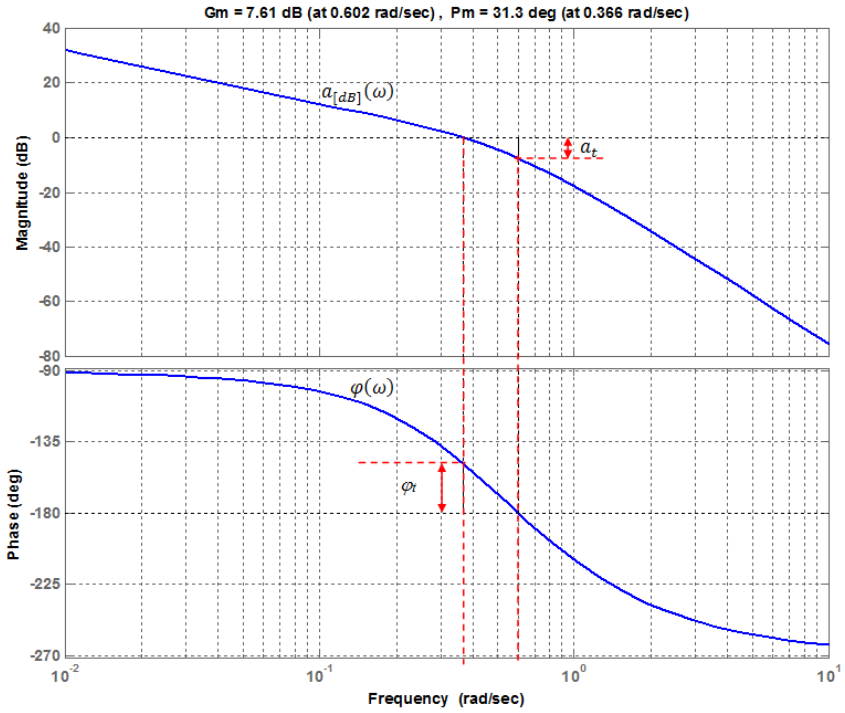


6. ábra. A rendszer egységugrás válaszából meghatározható jellemzők

Ezekre a jellemzőkre a szabályzási feladat függvényében lehetnek elvárások és megkötések, amit a zárt szabályozási körnek teljesítenie kell. A szabályzót tehát úgy kell megtervezni, hogy ezek az elvárások teljesüljenek.

Irányítási rendszerek analízise a frekvenciatartományban

A frekvenciatartománybeli vizsgálatok során leggyakrabban a Bode-diagram alapján teszünk megállapításokat. A Bode-diagram a komplex átviteli függvény abszolút értékét és fázisát ábrázolja a frekvencia függvényében, az amplitúdó és a frekvencia tengelyeken logaritmikus léptékkel (7. ábra)

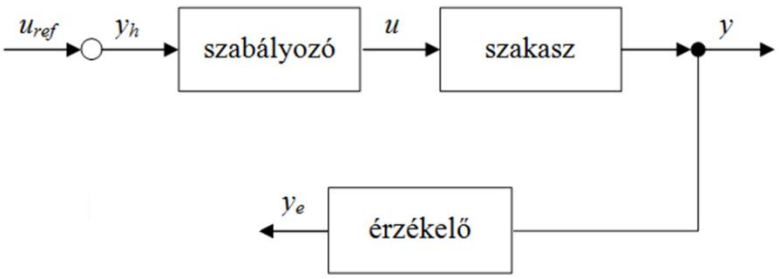


7. ábra. Bode-diagram

Amplitúdó menet: $a_{[dB]}(\omega) = 20\ log_{10}|W(j\omega)|$

Fázismenet: $\varphi(\omega) = arc\ W(j\omega)$

A felnyitott szabályozási kör Bode-diagramja alapján következtetni lehet a zárt rendszer stabilitási tulajdonságaira. A felnyitott kört a zárt körből kapjuk úgy, hogy megszüntetjük a visszacsatolást. Ilyenkor a bemeneti jelünk a zárt rendszer bemeneti jelével megegyező, a kimeneti jel pedig a visszacsatoló jel (8. ábra).



8. ábra. A felnyitott kör hatásvázlata

A Bode-diagram alapján meghatározhatjuk azt az ω_c vágási körfrekvencia értéket, ahol a nyitott kör amplitúdó menete egységnyi értékű, vagyis ahol a görbe metszi a 0 dB-es vízszintes tengelyt. Az egyszerűsített Bode kritérium alapján, stabilis a zárt szabályozási kör, ha a nyitott rendszer φ_t fázistöbblete pozitív, vagyis

$$\varphi_t = \pi + \varphi(\omega_c) > 0.$$

A fázistöbblet (fázistartalék) az a szög, aminek zérussá válásával a zárt kör a stabilitás határhelyzetébe kerül. Gyakorlati tapasztalat, hogy 50°-60° fázistartalékkal rendelkező rendszer üzemszerűen is megfelelő módon működik.

A Bode-diagram alapján meghatározhatjuk azt az ω_t körfrekvencia értéket is, ahol a nyitott kör fázismenete metszi a $-\pi$-hez (-180°) tartozó vízszintes tengelyt, vagyis $\varphi(\omega_t) = -\pi$. Stabilis rendszer esetén az $a_{dB}(\omega_t)$ amplitúdó érték a 0 dB-es vízszintes tengely alatt helyezkedik el (vagyis a lineáris léptékű $a(\omega_t) < 1$). Az

$$a_{t[dB]} = 0_{[dB]} - a_{[dB]}(\omega_t)$$

vagy lineáris léptéket használva

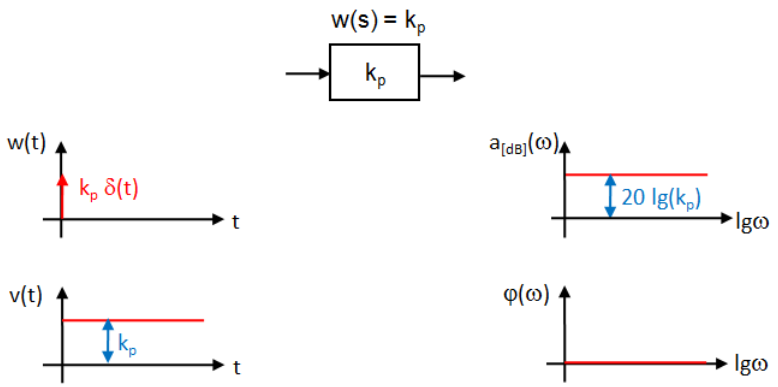
$$a_t = \frac{1}{a(\omega_t)}$$

értéket a rendszer amplitúdó tartalékának nevezzük. Ez az érték megadja, mennyivel növelhetjük a nyitott kör erősítését, hogy a zárt rendszer a stabilitás határhelyzetébe kerüljön

Alaptagok

<u>Arányos (P) tag</u>

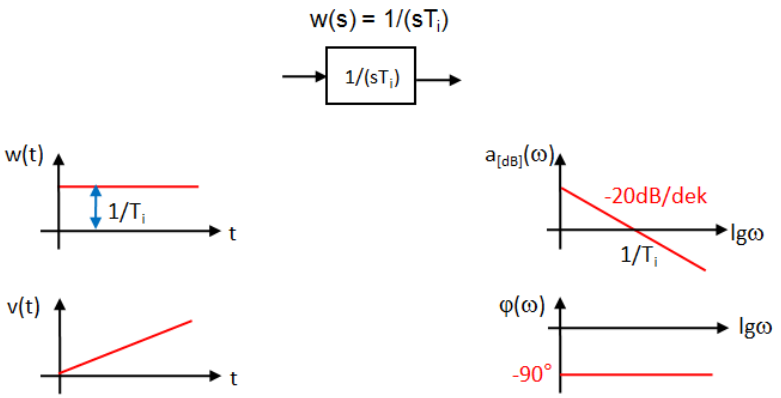
- Az ideális P tag széles frekvenciasávot egyenletesen átvivő tag
- A valóságban nem realizálható, a valóságos szerkezetek frekvenciafüggőek



9. ábra. Arányos tag rendszerjellemző függvényei

Integráló (I) tag

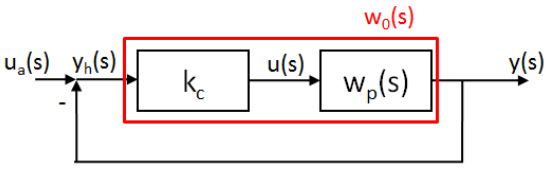
- A bemenő jel integrálásával képzi a kimenő jelet
- Ugrás alakú súlyfüggvény w(t)
- Sebességugrás alakú átmeneti függvény v(t)
- Pl: Kondenzátor feszültsége és árama közötti kapcsolat
- A kis frekvenciákat kiemeli, a nagy frekvenciákat szűri



10. ábra. Integráló tag rendszerjellemző függvényei

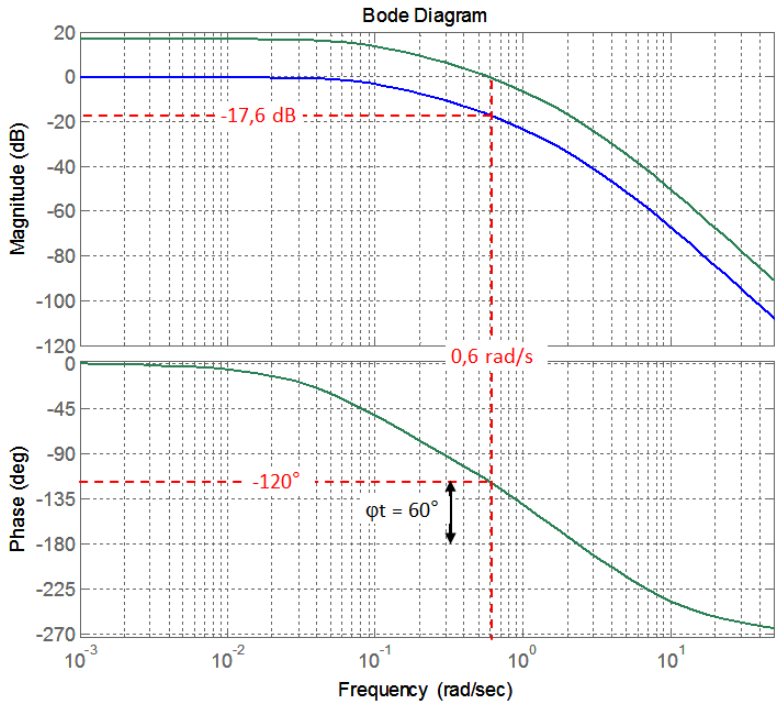
P-típusú (arányos) szabályzó tervezése

Soros arányos kompenzátorral a felnyitott kör átviteli függvénye csak egy k_c konstans szorzótényezővel különbözik az eredeti szakasz átviteli függvényétől. A szakaszhoz képest a felnyitott kör Bode diagramjának fázismenete nem változik, az amplitúdó menet pedig a k_c szorzótényezőtől függően a függőleges tengellyel párhuzamosan eltolódik.



11. ábra. P-kompenzáció a felnyitott kör Bode diagramja alapján

A szabályzó egyetlen k_c paraméterével tehát a felnyitott kör vágási frekvenciáját, és ezzel összefüggésben a fázistartalékot tudjuk befolyásolni. A felnyitott kör fázistartaléka pedig összefüggésben van, a zárt kör dinamikus tulajdonságaival, a túllendüléssel és beállási idővel. A felnyitott kör vágási frekvenciájának növelésével csökkentjük a beállási időt. Gyakorlati tapasztalat, hogy $\varphi_t \approx 60°$ fázistartalék esetén 10% körüli túllendülés várható. A méretezés lépéseit az alábbi példán követhetjük.

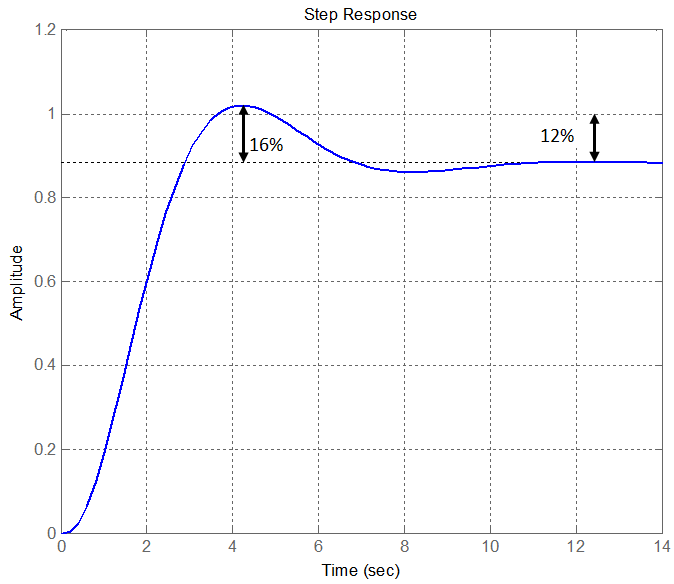


12. ábra. P-kompenzáció a felnyitott kör Bode diagramja alapján

A 12. ábra kék görbéje a

$$w_p(s) = \frac{1}{(1+10s)(1+s)(1+0{,}2s)}$$

átviteli függvényű szakasz Bode diagramját ábrázolja. Ha zárt körre 10% körüli túllendülés az elvárás, ezzel összhangban a felnyitott körben $\varphi_t = 60°$ fázistartalék elérése a cél. Akkor lenne a felnyitott kör fázistartaléka 60°, ha az amplitúdó menet a -120°-os fázistoláshoz tartozó frekvencián metszené a 0 dB-es vízszintes tengelyt (vágási frekvencia).



13. ábra. A zárt kör ugrásválasza P-kompenzációval

A Bode diagramból leolvasható, hogy ehhez 17,6 dB-el növelni kellene a körerősítést. Felhasználva a $k_{c[dB]} = 20 \cdot \log_{10}(k_c)$ összefüggést, egy $k_c = 10^{17,6/20} \approx 7,6$ erősítésű P kompenzátort kell az irányított szakasszal sorba kapcsolni. Ezzel a felnyitott kör átviteli függvénye

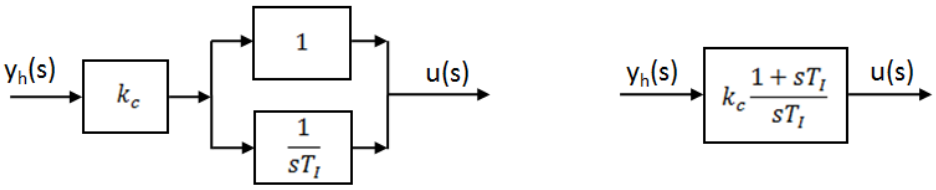
$$w_0(s) = k_c \cdot w_p(s) = \frac{7,6}{(1+10s)(1+s)(1+0,2s)}$$

szerint módosul, ennek Bode diagramját a 12. ábra zöld görbéje szemlélteti. Mivel a körerősítés változása nem befolyásolja a fázismenetet, a zöld és kék görbék fedésben vannak. A zárt kör átviteli függvénye a visszacsatolással $w(s) = w_0(s)/(1+w_0(s))$ lesz.

A zárt kör ugrásválaszából látható, hogy a túllendülés σ_t = 16%-os lett, és a rendszer az alapjelet csak maradó h_s = 12 % szabályozási eltéréssel (statikus hibával) tudja követni. A túllendülés további szabályzó paraméter hangolással k_c = 6 értékkel pontosan beállítható az elvárt értékre, a szabályozási hiba azonban P típusú szabályzóval nem szüntethető meg teljesen. Bár a szabályzó k_c erősítését növelve, csökkenthető a statikus hiba, de ezzel együtt a stabilitás is csökken. Így előfordulhat, hogy egy bizonyos k_c erősítést nem léphetünk túl. A problémát PI-szabályzóval orvosolhatjuk.

PI-típusú szabályzó tervezése

PI típusú szabályzóval a felnyitott kör kisfrekvenciás viselkedését a típusszámának növelésével integráló jellegűvé tesszük (14. ábra).



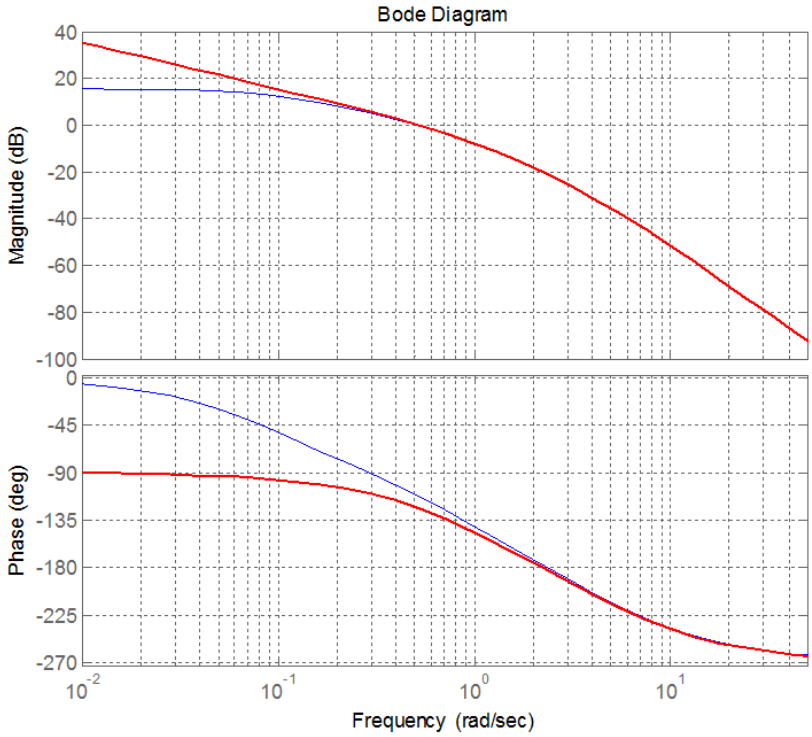
14. ábra. PI-kompenzátor hatásvázlata

A szabályzó viselkedése az $1/T_I$-nél kisebb frekvenciákon integráló, az azoknál nagyobb frekvenciákon arányos. Az irányított szakasszal sorba kapcsolt PI szabályzóval a felnyitott kör legalacsonyabb frekvenciájú sarokpontját az $\omega = 0$ frekvenciára helyezzük át úgy, hogy a P kompenzációval beállított dinamika közel változatlan maradjon. A

$$w_p(s) = \frac{1}{(1+10s)(1+s)(1+0,2s)}$$

példánál maradva, a P kompenzációnál meghatározott k_c = 6 értéket megtartva, a szakasz legnagyobb időállandójából T_I = 10 lesz. Ezzel a PI szabályzó átviteli függvénye

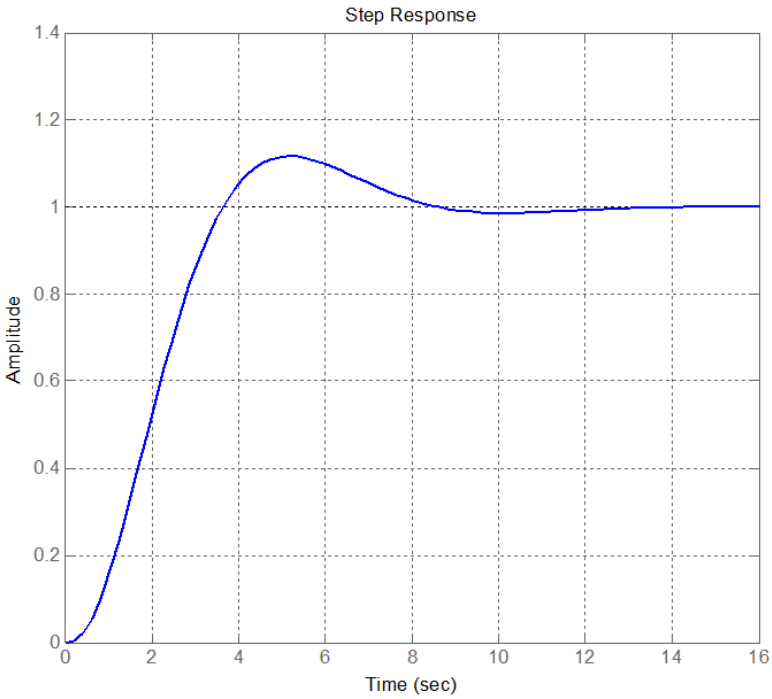
$$w_c(s) = k_c \frac{1+sT_I}{sT_I} = 6\frac{1+10s}{10s}$$



15. ábra. A felnyitott kör frekvencia-átvitele PI-kompenzátor esetén

a felnyitott kör átviteli függvénye

$$w_0(s) = \frac{0{,}6}{s(1+s)(1+0{,}2s)}$$



16. ábra. A zárt kör egységugrás válasza PI-kompenzátor esetén

A 15. ábra Bode diagramján kék színnel a kompenzálatlan folyamat, piros színnel a PI szabályzóval ellátott felnyitott kör amplitúdó és fázismenetét láthatjuk. Ezzel a zárt rendszer átviteli függvénye az alábbiak szerint alakul:

$$w(s) = \frac{w_0(s)}{1 + w_0(s)} = \frac{0{,}6}{s(1+s)(1+0{,}2s) + 0{,}6}$$

A zárt rendszer egységugrás válaszából látszik, hogy a P szabályzónál tapasztalt dinamikus jellemzők alig változtak, a maradó szabályozási eltérés viszont megszűnt.

Gyakorló feladatok

1. Adott az alábbi szakasz:

$$W(s) = \frac{1}{(0.1s+1)(0.05s+1)(0.8s+1)}$$

a) Rajzolja föl a szabályzó nélküli rendszer Bode diagramját és egységugrás válaszát!
b) Adja meg a soros P szabályzó k_c paraméterét, ha a cél $\varphi_t = 60°$ fázistartalék!
c) Mekkora a P szabályzóval ellátott zárt rendszer statikus hibája?
d) Mekkora lesz a rendszer fázistartaléka, túllendülése, és beállási ideje (±10% megengedett hiba esetén) ha a P szabályzónál kapott k_c paraméterrel PI szabályzóval kompenzáljuk a szakaszt?
e) Mekkora legyen a PI szabályzó k_c paramétere, hogy a túllendülés kicsivel 10% alatt maradjon?

Hivatkozások, felkészüléshez ajánlott irodalom

- Morócz I.: Irányítástechnika I., KKMF-1164, Budapest
- Lantos Béla: Irányítási rendszerek elmélete és tervezése I. Egyváltozós szabályozások. Akadémiai Kiadó, 2. kiadás, 2005, ISBN 963 05 8249 X